5
Math. P.
380 m
Nilson

~~Den 20 Februar 1813~~

<36611689080019
<36611689080019
Bayer. Staatsbibliothek

Gründliche Anleitung zu geschickter Führung des Cirkels, Lineals, und Dreyecks.

Als Vorbereitung zum Zeichnen aus freyer Hand, für Schulen, und zum Selbst-Unterrricht verfaßt von

Christoph Andreas Nilson

B. R. Licentiat. Bauamts-Actuar der Reichsstadt Augsburg, und Lehrer der Mathematischen Wissenschaften an dem Evangelischen Gymnasium bey St. Anna daselbst.

Augsburg, 1803.

Im Verlage der K. K. Privilegirten Akademischen Kunsthandlung.

Geom. p. 9213

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Einem
Hochlöblichen Evangelischen
Scholarchate
der
Reichsstadt Augsburg

unterthänigst
gewidmet.

Hochlöbliches Evangelisches Scholarchat!

Sorge für das Beste der Schulen war von jeher ein vorzüglich charakterischtischer Zug Eines Hochlöblich - Augsburgischen Evangelischen Scholarchats.

Dieß beweisen Seine seit mehreren Jahren von Zeit zu Zeit getroffenen Einrichtungen und Verfügungen, welche auf die immer grössere Vervollkommung derselben abzielten, und nicht fruchtlos in ihren Folgen waren.

Hat

Hat aber Augsburg je zu einer Zeit in seinem Scholarchate Männer von den geprüftesten Kenntnissen und Einsichten, glühendem Eifer für das Wohl der Schulen, und von rastloser Anstrengung bey Ausführung ihrer Ideen verehrt; so ist dieß gegenwärtig der Fall.

Denn man darf nur die würdigen Namen Eines Herrn Stadtpflegers Paul von Stetten; Eines Herrn Geheimen von Besserer; Eines Herrn Steuermeisters von Hößlin; Eines Herrn Baumeisters Mayr; und Eines Herrn Raths-Consulenten Licenciat. Biermanns, nennen hören; so wird man meiner Behauptung Recht geben.

Ich

Ich wage es, gegenwärtiges, für das hiesige Gymnasium zu nächst bestimmte Buch Einem **Hochlöblichen Evangelischen Scholarchate**, das mir vor siebzehn Jahren die Lehrstelle der Mathematick, Technologie, und Physik an eben diesem Gymnasium übertrug, in tiefster Ehrfurcht zu überreichen, und dabey Gelegenheit zu nehmen, nicht nur meinen gehorsamsten Dank für die bisher genossene Gnade an Tag zu legen, und meine innerste Hochachtung gegen die gnädige und Verehrungswürdige Beförderer unsers Schulwesens, öffentlich zu bekennen, sondern auch mich in die Fortdauer der mir bisher geschenkten Huld angelegenst zu empfehlen.

Möge Augsburg sich noch eine lange Reyhe von Jahren des Besitzes solcher wür-

diger Männer, die jetzt Ein Hochlöbliches Evangelisches Scholarchat ausmachen, erfreuen; so werden auch Dessen Schulen dem Ziele ihrer Vollkommenheit immer näher kommen.

Hierzu wird nach seinen Kräften das Seinige beytragen

Eines

Hochlöblich - Evangelischen

Scholarchats

gehorsamster

Lt., Christoph Andreas Nilson.

Vor-

Vorrede.

Diese vorliegende **Anweisung zu geschickter Führung des Cirkels, Lineals, und Dreyecks, als Vorbereitung zum Zeichnen aus freyer Hand** 2c. ist eigentlich kein neues Buch, sondern eine Umarbeitung eines åltern, und seit mehrern Jahren nicht mehr officinellen Buchs, das zu seiner Zeit, und für die Absicht in der es verfertigt war, immerhin das leistete, was es leisten sollte; dieses åltere Buch sind die **Erzherzogliche Handgriffe des Cirkels und Lineals, oder, auserwählter Anfang zu den mathematischen Wissenschafften.** Von Anton Ernst Burkhard von

von Birkenstein, bestellten Feld- und Land-Ingenieur des Königreichs Böhmen, Obrist-wachtmeisters ꝛc. Wien 1686. auch Augsburg 1697. in Quart.

Dem Verfasser dieses Buchs war die Unterweisung des Erzherzogs und nachmaligen Kaisers Josephs I. in den mathematischen Wissenschafften übertragen. Es schien ihm zum Anfange, und zur Erweckung der Lust im weitern mathematischen Studio der best gewählte Weg zu seyn, von der Erklärung der in der Geometrie besonders vorkommenden Gegenstände, und einer gleichsam historischen Kenntniß derselben auszugehen, und darauf die Zeichnung der geometrischen Figuren folgen zu lassen, um dadurch den Geist seines Zöglings zum Nachdenken, über in der Folge, bey dem mathematischen Studium vorkommende abstraktere Gegenstände zu präpariren.

Ein Benehmen, das keinen Tadel verdient, sondern noch bis diesen Tag von den

ge-

geschicktesten Personen, und den Meistern im mathematischen Fache gebilligt worden, und stets gebilligt wird.

Die neue Erzieher haben, über zweckmäßige Bildung für die gelehrte Stände, und für das bürgerliche Leben, nur eine Stimme, wenn man die Frage zu beantworten hat: ob die Mathematik mit in den Erziehungsplan des künftigen Gelehrten, so wie des Bürgers aufgenommen werden solle? Alle behaupten, man dürfe keine Kenntniß weniger vernachläßigen, als diese, weil sich bey nahe kein Stand und kein Geschäffte denken lasse, wozu nicht etwas mathematische Kenntniß, und einige Geschicklichkeit in dem Zeichnen mit Lineal und Cirkel erfordert würde.

Dieß veranlaßte mich, nach mehrmaliger Aufforderung zu gegenwärtiger Arbeit, deren Druck durch die Verlagshandlung selbst beschleuniget wurde, die ganz das wahr fand, was Herr Legations Rath Bertuch in der

Vor-

Vorrede zu Herrn Rockstroh Anweisung zum Modelliren aus Papier äussert, wenn er sagt: „daß es ein wesentlicher, bisher noch fast all„gemein vernachläßigter Punkt unserer Kin„der Erziehung sey, daß man nicht, so früh „man nur könne, Kinder mit dem Zeichnen „mit Lineal, Cirkel und Dreyeck, und so„dann aus freyer Hand beschäfftige.“ „Daß „alle Kinder, in Bürger- Land- und Pri„vatschulen sollten ausser dem Schreiben auch „etwas Zeichnen lernen, weil sonst ihr Un„terricht nur halb, und unvollständig sey.

Ob mir nun gleich der Europäische Ingenieur eines Martius oder Stahls; der mathematische Lust- und Nutzgarten Schüblers- und Rosts; und die Umarbeitung desselben von J. T. M.; die mathematische Neben-übungen der Jugend auf Schulen von Hedrich; Herrn Müllers Geometrie für Kinder; und noch mehrere andere Bücher von ähnlicher Art nicht unbekannt waren: so schien es mir doch, daß ein umgearbeiteter Birken-

stein, wobey auf mehrere Ergänzungen, und überhaupt auf Vollständigkeit Bedacht genommen würde, das Büchelchen werden könnte, welches sowohl für den Schul und Privat-Unterricht, als für den Selbstgebrauch das leisten möchte, was es leisten soll. Ich behielt daher Birkensteins Gang bey, und gieng von einer universellen Darstellung der Geometrie aus, berührte dabey einiges aus der Geschichte derselben, sodann trug ich die Erklärung der auf Tab. A. bis Tab. O. befindlichen Figuren vor, wobey ich mehr einen historischen als demonstrativen Vortrag wählte, da es mir daran gelegen war, daß der Schüler der Geometrie eine Kenntniß von diesen Gegenständen erlange, wenn sie auch nur historisch ist. Darauf ließ ich nach dem gewählten Leitfaden den Vortrag der Grundsätze der Geometrie folgen, wobey ich die generelle und specielle Axiomen der Geometrie beysammen vortrug, da dorten nur die allgemeine Grundsätze vorgetragen wurden. Es schien mir dieß um so nothwendiger zu seyn,

weil

weil Grundsätze der Stoff zu den Beweisen der Lehrsätze sind, auf deren Fassung man den Zögling allmählich vorbereiten muß. Auf die Grundsätze ließ ich die Heische-Sätze oder Postulate folgen, und lieferte hierzu die Figuren in Tab. R.

Bey der Bearbeitung der Aufgaben selbst aber, behielt ich nicht die nemliche Ordnung bey, welche Birkenstein gewählt hat, sondern gieng von der Construction der Perpendikularlinien aus, ließ darauf das Capitel von Verlängerung und Theilung gerader Linien, und von der Construction der Parallellinien folgen. Dadurch wurde ich von selbsten auf die Verfertigung verjüngter Maaßstäbe geleitet, welche nach meiner Meynung ein besondres Capitel verdienen, da bey Bürkenstein es, mit der Anweisung einen hundert oder tausendtheiligen Maaßstab zu verfertigen, in einer einzigen Aufgabe sein Bewenden hat. Denn aus meiner bisherigen Erfahrung, bey der Unterweisung junger Leu-

te,

te, fand ich, daß es mehrere schwer ankam, und daß sie einige Zeit brauchten, zu begreifen, warum die für die Angabe der kleinern Theile bestimmte Linien Transversal-Linien seyn müssen; und daß sie, wenn auch der Maaßstab construirt war, doch noch nicht im Stande waren ihn gehörig zu benützen, und eine gegebene Linie auf demselben entweder zu messen, oder eine Linie nach einem bestimmten Maasse aus demselben zu nehmen. Was kommt aber wohl im gemeinen Leben öffter und häuffiger vor, als, der Gebrauch des Maaßstabes? Ich ließ es eben daher nicht bey einer Art von Maaßstäben bewenden, sondern lehrte verschiedene Arten derselben, sowohl nach ihrer **Construction**, als nach ihrem **Gebrauche** kennen, wodurch ich mir schmeichle dieses Buch tauglicher und nützlicher gemacht zu haben. Auf dieses Capitel ließ ich sogleich das von den Proportionallinien folgen. Auch bey diesem hielt' ich mich etwas länger auf, und trug mehrere Aufgaben vor, weil ich mich überzeugte,

daß

daß die Lehre von den Proportionallinien immerhin eine der wichtigsten in der Geometrie bleibt, und in ihrer Anwendung von vielem Nutzen ist.

Bey der Anweisung Spiral = Schnecken = Ey = und Linsen Linien zu construiren, schien es mir beynahe nothwendig, den Schüler auch mit Construction der Parabolischen, Hyperbolischen, und Elliptischen Linien bekannt zu machen, weil sie doch bey manchen Geschäfften des gemeinen Lebens vorkommen, und ihre Kenntniß, so wie die Wissenschafft ihrer Construction dem Mechaniker, dem Uhrmacher, dem Baukünstler, dem Schüler der optischen und astronomischen Wissenschafften von unwidersprechlichem Nutzen sind.

In dem Capitel von den eingeschriebenen Figuren, oder der Anweisung gegebene Cirkellinien in begehrte Theile zu theilen, erlaubte ich mir ebenfalls eine weitere Ausdehnung, weil ich durch die Erfahrung überzeugt war, wie häufig diese im gemeinen Leben

ben vorkomme, und von wie manchen Arbeitern sie in Anwendung gebracht werde, wovon ich hier blos Mechaniker, Uhrmacher, Zeugschmidte, Schlosser, Schreiner, Steinmetzen, Maurer und Zimmerleute anführen will, bey welchen allen Eintheilung eines Cirkels nach Verschiedenheit der Erfordernisse eine täglich vorkommende Sache ist.

Mit der Lehre von Verjüngung oder Verkleinerung der Figuren beschließt Birkenstein den Vortrag der geometrischen Aufgaben. Diese nahm ich ihres Interessens wegen ebenfalls auf, machte aber damit nicht den Schluß, sondern ließ auf dieses Capitel das wichtige Hauptstück von der Verwandlung der Figuren, und auf dieses, das von Zusammensetzung, Verminderung, Vermehrung und Theilung der Flächen folgen, welche Anweisung man in dem genannten Autor vergebens sucht. Jeder der diese Capitel, besonders das von der Verwandlung der Figuren mit Aufmerksamkeit durcharbeitet, wird sich selbst

von der Wichtigkeit dieser Lehre überzeugen, und ihre Nützlichkeit in so manchen vorkommenden Fällen erkennen. Gelegenheitlich gab ich selbst einige Fingerzeigen, von ihrer guten und vortheilhaften Anwendung.

Zuletzt schloß ich endlich den Vortrag der geometrischen Aufgaben, mit einer kurzen Anweisung zur Flächen-Berechnung. Eine Sache die mir ebenfalls zu wichtig schien, als daß ich sie so ganz hätte hinweg lassen sollen, in dem ich wahrnahm, daß diese Kenntniß manchem ausserordentlich zustatten kommt oder ihn, wenn er nicht damit bekannt ist, ausserordentlich zurücke setzt.

Damit beschloß ich nun den planimetrischen Theil des Buchs, und ließ von der Stereometrie soviel darauf folgen, als ich zur Kenntniß für diejenige Klasse von Personen, welchen dieses Buch zu nächst bestimmt ist, rücksichtlich des Entwurfs der Körper, und der zu denselben gehörigen Netze für nothwendig und hinlänglich erachtete.

Ich

Ich sollte denken, daß nach Durcharbeitung dieses Buches sowohl der Schüler der zum weitern Studio der Geometrie bestimmt ist, als derjenige, der sich dadurch zum Zeichnen aus freyer Hand vorbereiten wollte, zu ihrer ferneren Bestimmung sich werden reif gemacht haben.

Hierbey kann ich aber eine Bemerkung nicht ganz mit Stillschweigen übergehen, nemlich diese, daß die meiste, welche Gefallen am Linearischen Zeichnen gefunden haben, selten Liebhaber vom Handzeichnen sind, welches aber die Folge hat, daß, wenn ihre linearische Zeichnungen auch noch so gut gerathen, sobald eine Kleinigkeit vorkommt, welche mit freyer Hand muß gezeichnet werden, die freye Handzüge dermassen kümmerlich ausfallen, daß würklich das übrige dadurch Noth leidet. Die Ursache hievon scheint mir darinn zu liegen, daß man bey ihnen den Augenblick übersah, in welchem auch mit dem Handzeichnen ein Anfang hätte gemacht

werden sollen. Durch zu langes und anhaltendes Zeichnen der Linien und Cirkel gewannen sie zu viel Vorliebe für diese Art von Zeichnung, und das Handzeichnen, wobey, nach der Natur der Sache die Hand, und ein richtiges Augenmaaß, das leisten muß, was dorten das Lineal und der Cirkel leistet, wurde ihnen theils mühsam, theils abgeschmack.

Bey dieser vorgelegten Anweisung ist es keinesweges mein Wunsch, daß Anfänger sich hierdurch blos an das linearische Zeichnen allein gewöhnen sollen; im Gegentheile wünsche ich, daß die gegebene Anleitung das werde, wozu sie bestimmt ist, nemlich **Vorbereitung zum Zeichnen aus freyer Hand.** Und meines Erachtens läßt sich beyderley Zeichnungsart beynahe zu gleicher Zeit mit einander verbinden. In dieser Absicht habe ich auch auf einigen Kupfertafeln wie auf Tab. A. Tab. G. Tab. O. Tab. P. Tab. LIII. Winke hierzu gegeben. Sehr

artig

artig wird es aussehen, wenn der Schüler manchmal unter seiner mathematischen Figur zur Abwechslung mit der steifen geometrischen Zeichnung, und zum Vergnügen fürs Aug, eine Zeichnung aus freyer Hand anbringt, bestehe solche nun aus einer kleinen Landschaft, einem Fruchtstücke, einer Blume, oder je einem andren Gegenstand, welchen er sich hierzu wählen mag. Mit Vergnügen wird er sowohl selbst manchmal auf seine, so gemachte Zeichnung hinblicken, als sie denjenigen welchen er solche zu Betrachtung vorlegt, angenehm machen. Würklich erinnere ich mich hier mit vieler Freude an die Arbeiten solcher Art von einem meiner Schüler.

Sehr praktisch sagt Herr Legations Rath Bertuch an dem angeführten Orte: „es gebe im gemeinen Leben, und bey allen Ständen und Gewerben eine Menge Ideen, und Geschäffte, die gar nicht mit Worten beschrieben, sondern nur mit Figuren notirt, verständlich gemacht, und dem andern

mitgetheilt werden können. Man könne nicht glauben, was eine nur mäßige Uebung im mechanischen und freyen Zeichnen für Nutzen im gemeinen Leben habe, was für geschickte Arbeiter es bilde, wie leicht man sich in allen Geschäfften finden, Ideen geben oder empfangen oder verstehen können."

Wird mein Buch wobey ich ähnliche Bücher benützt habe, auch nur zum Theil diesen Nutzen stiften; so habe ich meinen Zweck auf die angenehmste Weise erreicht, und ich bin für meine darauf verwendete Mühe hinlänglich belohnt.

Sollte endlich dieses Buch das Glück haben, geneigte Aufnahme zu finden; so bin ich entschlossen, bey nemlicher Verlagshandlung einen zweyten Theil auf selbiges folgen zu lassen, der auf verschiedene Weise Veranlassung geben wird, das aus diesem Buche erlernte anzuwenden. Denn einmal mag solcher als Anweisung zur Verfertigung verschiedener Papp-Arbeiten nützen. Zweytens

tens wird er Uebungen enthalten, um sich sowohl in geometrischen als perspektivischen Grund- Profil- und Aufrissen Fertigkeit und Festigkeit zu erwerben. Drittens mag nemliche Anleitung auch dazu dienen, sich in der Anwendung der Lehre von Austheilung Licht und Schattens nicht unerfahren zu wissen. Viertens wird eben diese Anleitung seine gute Anwendung für verschiedene Metiers haben, in dem in solcher Ideen zu eingelegten Arbeiten eben sowohl, als zu andren anwendbaren Gedanken gegeben werden sollen — der Titel dieses Buches dürfte lauten:

Anleitung zur perspektivischen Stereometrie.

Bey der Ausführung dieses Vorhabens wird mein Bestreben dahin gehen, alles auf das deutlichste zu weisen, so, daß jeder der zu dergleichen Arbeiten und Studien nur einiger massen Lust und Geschicklichkeit hat, sich gewiß wird von selbsten helfen können. —

Ich lasse es übrigens bey dieser vorläufigen Anzeige bewenden, indem zu seiner Zeit eine besondere und bestimmte Bekantmachung hierüber von mehr bemeldter Verlagshandlung ergehen wird.

Augsburg d. 4. Jun. 1803.

Lct. Chr. Andr. Nilson.

Inn-

Innhalt.

Seite.

Von der Geometrie überhaupt. 1.

Von dem Nutzen der gemeinen und höhern Geometrie. 4.

Von dem Ursprunge der Geometrie, und ihren Schicksalen bis aufs XV. Jahrhundert. 10.

Einleitung zur Erlernnung der ersten Begriffe und Gründe der Geometrie, und des mathematischen Zeichnens. 17.

I. Abschnitt.

Erklärung der in der Geometrie vorkommenden Wörter, und Entwicklung der Erlernung der Geometrie nothwendigen Begriffe. : : 17.

I. Capitel.

Auseinandersetzung gewisser allgemeiner Begriffe in der Grössen Lehre. ebend.

Was

Seite.

Was Grösse sey. : : 18.

Was Maaß, und messen heisse : 23.

Was grösser sey. : : : 25.

Was kleiner sey. : : : 26.

Worin die Gleichheit der Grössen bestehe : : : : 27.

Was die Aehnlichkeit der Grössen sey. : : : : : 29.

Wenn die Deckung der Linien, Winkel und Flächen geschehe. 30.

II. Capitel.

Vom mathematischen Punkt. : 34.

III. Capitel.

Von den Linien. : 38.

IV. Capitel.

Von den Winklen. : : : 53.

V. Capitel.

Von Flächen. : : : : 59.

VI. Capitel.

Von den dreyseitigen Figuren oder den Dreyecken. : : : 63.

VII. Ca-

VII. Capitel.

Seite.

Von den vierseitigen Figuren, oder den Vierecken. : : : : 67.

VIII. Capitel.

Von vielseitigen Figuren, Vielecken, oder Polygonen. : : 72.

IX. Capitel.

Von zusammengesetzten Figuren. : 72.

X. Capitel.

Von einigen besondern Benennungen, bey den gradlinichten Figuren. : 74.

XI. Capitel.

Von geometrischen Körpern. : 76.

XII. Capitel.

Von Kegelschnitten. : : : 87.

II. Abschnitt.

Grundsätze oder Axiomen der Geometrie.

a. Allgemeine. : : : 91.

b. Besondere : : : 95.

III. Abschnitt.

Heische Sätze, oder Postulate. : 104

IV. Ab-

Seite.

IV. Abschnitt.

Mathematische Zeichnungskunst. : 106.

I. Capitel.

Construction senkrecht aufeinander befindlicher geraden, oder Perpendikularlinien. : : : : ebend.

II. Capitel.

Verlängerung und Theilung gerader Linien, Construktion der Parallelinien, Verfertigung der Linien Theiler. : : : : : 115.

III. Capitel.

Verfertigung verjüngter Maaßstäbe. 135.

IV. Capitel.

Von den Proportionallinien : 149.

V. Capitel.

Von Abtragung und Theilung geradlinichter Winkel. : : : 163.

VI. Capitel.

Von Spiral : Schnecken : Ey : und Linsen : Linien. : : 168.

VII. Ca-

VII. Capitel.

Seite.

Von Elliptischen, Parabolischen, und Hyperbolischen Linien. : : 178.

VIII. Capitel.

Von Dreyecken, Vierecken, und Vielecken aufgegebene gerade Linien errichtet. : : : 190.

IX. Capitel.

Von eingeschriebenen Figuren. : 215.

X. Capitel.

Von umgeschriebenen Figuren. 247.

XI. Capitel.

Von Verjüngung oder Verkleinerung der Figuren. : : : 256.

XII. Capitel.

Von Verwandlung der Figuren. : 263.

XIII. Capitel.

Von Zusammensetzung, Verminderung, Vermehrung, und Theilung flacher Figuren. : : : :

A. Addition der Flächen : 291.

B. Subtraction. der Flächen. : 294.
C. Multiplication der Figuren. : 295.
D. Theilung der Flächen. : 298.

Anhang.

Von Berechnung verschiedener Flächen. 304
Von Zeichnung der körperlichen Figuren, und ihren Netzen. . 327.

I. Capitel.

Von Zeichnung der Körper. ebend.

II. Capitel.

Construction der Netze zu den stereometrischen Körpern. : 341.

Von
der Geometrie
überhaupt.

Der Theil der Mathematik, welcher die Größe in der Ausdehnung betrachtet, wird die Geometrie genennet. Sie lehret, wie jede Art der Ausdehnung zu messen sey, und beschäfftiget sich überhaupt mit allem, was zur Ausmessung, Vergleichung, Eintheilung und Figur der Ausdehnung gehört. — Sie ist von zweyerley Art, die gemeine, oder Elementar= oder Euklidische Geometrie, und die höhere Geometrie.

Die gemeine Geometrie, (zu deren Erlernung gegenwärtiges Buch die allererste Gründe enthält) beschäfftigt sich nur mit den leichtesten Arten der Ausdehnung und Figur, nemlich mit geraden Linien und Flächen, und mit Körpern, welche in geraden Flächen eingeschlossen sind — und unter den krummen Linien betrachtet sie nur die allerleichteste, nemlich den Cirkel, und die

daher entstehende Flächen und Körper. Sie lehret also wie die bemeldten Arten der Ausdehnung zu meßen, wie die Figur der Flächen und Körper zu bestimmen, wie sie miteinander zu vergleichen, einzutheilen, oder zusammen zu setzen seyen, u. d. gl.

Die Untersuchung des Inhalts der Größe eines Feldes, eines Ackers, einer Wiese, eines Waldes; die Aufmerksamkeit darauf, in welchem Zusammenhang die Theile des Ackers, oder der Wiese, sich untereinander befinden, welche Verbindung sie untereinander haben, woraus dasjenige entstehet, was man die Figur des Ackers, oder der Wiese nennt, die Theilung derselben unter mehrere Theilhaber an solchen, oder zu besonderen Benutzungen dieser einzelnen Theile, dergleichen Beschäfftigungen sind Arbeiten in der gemeinen Geometrie.

Man siehet hieraus, daß der Vortheil ihrer Anwendung schon groß und mannigfaltig sey. Denn sie dienet zu der wirklichen Ausmessung der Weiten, Höhen, Tiefen, und überhaupt der Entfernungen zur Abmessung und Eintheilung

der

der Felder, Wälder und ganzer Provinzen, ja des ganzen Erdbodens, zu Verfertigung richtiger Abrisse, oder Zeichnungen von Landgütern, Städten, Ländern und ganzen Provinzen u. d. gl. In sofern sie sich mit solchen Verrichtungen beschäfftiget, wird sie die praktische Geometrie genennt, bey welcher neben der hierzu erforderlichen Theorie, Geschicklichkeit im mathematischen Zeichnen eine Hauptsache ausmachet, daher schon die Anweisung vorgegebene oder verlangte Figuren entweder aufzuzeichnen oder nachzumachen, begehrte Vielecke auf eine gegebene Linie auf- oder in einen gegebenen Zirkel einzutragen, Linien nach verlangten Proportionen zu entwerfen; Risse nach einem vorgegebenen Maaßstabe zu verfertigen u. s. w. zur praktischen Geometrie gerechnet wird, in dem man hierbey blos praktisch verfährt.

Die höhere Geometrie handelt von der Beschaffenheit und Ausmessung der krummen Linien, und der daher entstehenden Flächen und Körper. Wenn man die Eigenschaften und Längen der krummen Linien erforschen will, so

muß man nothwendig vorher ihre eigentliche Figur und ihr Wesen deutlich einsehen. Daher beschäfftigt sich die höhere Geometrie zuvörderst mit Erforschung der Figur und des Wesens dieser krummen Linien. Weil aber die Anzahl derselben unendlich ist; so ist auch diese Geometrie von unendlichem Umfange, und kann niemal vollständig abgehandelt werden. Man begnüget sich demnach allgemeine Methoden zu geben, durch Hülfe der Analysis, die Eigenschaften solcher Linien, deren Wesen angegeben ist, zu erforschen, oder auch solche, wie aus einigen von den krummen Linien angegebenen Eigenschaften ihr Wesen herauszubringen sey.

Von dem Nutzen der gemeinen und höheren Geometrie.

Außerdem was oben schon von den Vortheilen der Anwendung der gemeinen Geometrie ist angeführet worden, läßt sich noch ferners behaupten, daß sie der Grund aller übrigen Theile der Mathematik sey, auf welche sie einen unaufhörlichen Einfluß hat. Ohne sie läßt sich

kein

kein gründliches Studium der Statik, der Optik, der Perspektiv, der Astronomie, der Bauwissenschaften ꝛc. denken. Denn fast alle Beweise der gesammten übrigen mathematischen Wissenschaften gründen sich auf die Geometrie. Die Gegenstände der Geometrie sind allgemein, und gehen auf die ganze Natur, in welcher keine Veränderung geschehen kann, als durch Bewegung. In jeder Bewegung aber muß theils die Größe des Körpers, theils der Weg seines Laufes, durch die Grundsätze der Geometrie bestimmt werden. Ueber dem ist die ganze Geometrie als eine Art der Rechenkunst anzusehen, wie jede Ausdehnung aus Theilen bestehet, und also eine Art der Zahl ist. Verschiedene Arten der Rechnungen aber können am geschwindesten und richtigsten durch die Geometrie verrichtet werden. Wie solches der Gebrauch des Proportional-Cirkels am schönsten weißet. Und in sofern gehört die Geometrie zu der allgemeinen Mathematik. Bey Künstlern und gar vielen Handwerkern läßt sich gar bald und merklich wahrnehmen, wer unter ihnen die Geometrie auch nur nach den nöthig-

ste

sten Stücken erlernet habe. Man denke sich einen Schreiner, Zimmermann, Maurer, Müller, Zeichner, Mahler, und mehrere andere Handwerker ohne Geometrie, und neben ihnen Personen von nemlichem Metier, die sich aber doch wenigstens mit den ersten Gründen dieser Wissenschaft bekannt gemacht haben, und etwa nur bis auf die Anwendung des Pythagorischen Lehrsatzes gekommen sind; welch großer Unterschied wird sich nicht unter beyden schon da zeigen, wenn sie sich zu irgend einem Geschäfte in ihren Metier anschicken. Möchte nicht zu behaupten seyn, daß beynahe schon das Anfassen der Werkzeuge beyde voneinander unterscheide?

Weiter ist zu merken, daß die Geometrie einen ungemeinen Nutzen hat, den Verstand in der Gründlichkeit und Richtigkeit der Vernunftschlüsse zu üben. Nichts ist vollkommener, und zugleich leichter, als die Schlüsse und Beweise der Geometrie. Sie muß deßhalb als eine beständige Ausübung der strengsten Vernunftlehre angesehen werden. Deswegen wird auch die Geometrie für die beste Vorbereitung zu Erlernung

nung der philosophischen Wissenschaften gehalten. Ohne Zweifel geschah es aus dieser Betrachtung, daß Plato keine Schüler in seine philosophische Lehrstunden annehmen wollte, als die vorher sich mit Erlernung der Geometrie beschäfftiget hatten. Und ausser allem Zweifel ist es nun, daß man heutiges Tags den Nutzen der Erlernung der Geometrie dermassen anerkannt hat, daß man einen kaum für einen gut erzogenen Menschen hält, der nicht zu erkennen giebt, sich mit ihr bekannt gemacht zu haben, daß nunmehro auch selten eine nur einigermassen gut eingerichtete Schule anzutreffen seyn wird, in welcher man nicht Anstalten zur Erlernung der Geometrie findet.

Die höhere Geometrie hat einen noch grössern und unmittelbaren Einfluß auf alle übrigen Theile der Mathematik, und auf die wichtigste Untersuchungen der Naturlehre. Die meisten Bewegungen in der Natur (wie z. B. der Lauf der Planeten, die Bewegung des Lichtes durch die Atmosphäre, die Bewegung der geworfenen oder geschossenen Körper ꝛc.) geschehen

in

in krummen Linien, und können also ohne tiefe Einsicht in die höhere Geometrie nicht erkläret werden. — Ausserdem ist die Betrachtung der krummen Linien, und die daher entstehenden Größen, so genau mit den allermeisten Begebenheiten in der Natur verbunden, daß fast keine einzige ohne ihre Hülfe hinlänglich kann erkläret werden. Man muß demnach die höhere Geometrie und die mit ihr verbundene Analysis als den einzigen wahren Weg ansehen, auf welchem man in das Innere der Natur eindringen kann. Um aber diese wichtige Vortheile der Erlernung der Geometrie erwarten zu können, muß man sich theils bey Zeiten mit ihr bekannt machen suchen, theils sie auch auf eine wissenschaftliche Art erlernen.

Wer die Erlernung der Geometrie bis zu den erwachsenen Jahren, oder bis zu dem Anfang der Studien auf Akademien auffsparen will, dem wird solche dadurch sehr sauer, weil er sein Gemüth schon zu viel an materielle Gegenstände gewöhnt hat, und mit abstracten Sachen nicht umzugehen weißt. Anderer Seits entbehrt einer

immer

immer der guten Beyhülfe der Geometrie in den übrigen Wißenschaften, wenn sie auch immerhin nicht gerade unmittelbar mathematische Wissenschaften sind. — Behauptungen, welche die Erfahrung fast täglichen Tags bewährt.

Um sie, die Geometrie auf eine wissenschaftliche Art zu erlernen, so fange man nicht auf Art der gemeinen Feldmesser, deren manche erst blosse Kettenzieher waren, mit der Anwendung der Meßkette, und des Stabes an; sondern bemühe sich erst darum, in welcher Sprache die Wissenschaft mit einem rede? erwerbe sich bestimmte und deutliche Begriffe, von den von ihr gebraucht werdenden Worten, um sich nicht blosse Terminologien und Nomenklaturen, statt Sachkenntnisse zu sammlen; lasse endlich seine Sorge und Aufmerksamkeit auf die Grundsätze der Wissenschaft, aus welchem sie zu erlernen ist, gerichtet seyn. — Gewöhnt sich der Anfänger daran; so wird er die glücklichste Schritte machen, bleibe er auch immer hin nur bey der Elementar-Geometrie stehen, denn das Talent zur höheren Mathematik ist ohnehin etwas selten.

Uebri-

Uebrigens denke man nicht, daß diese Wissenschaft so schwer sey, daß sie nicht sollte schon in einem frühen Alter erlernet werden können.

Die Erfahrung bewährt diesen Satz ebenfalls, und läßt hiezu Beyspiele finden.

So führt z. E. Herr Hofrath Kästner in der Vorrede zu Herrn J. N. Müllers Geometrie für Kinder an: ein Kind von sieben Jahren gekannt zu haben, dessen Hand noch zu schwach gewesen, den Cirkel sicher zu führen, dessen Verstand aber gelernet habe, von den Lehrsätzen und Beweisen der ersten beyden Bücher Euklides Rechenschaft zu geben.

Von dem Ursprunge der Geometrie, und ihren Schicksalen bis aufs XV. Jahrhundert.

Der Ursprung der Geometrie ist ohne Zweifel schon bey den ersten Menschen zu suchen. Man kann sich leicht vorstellen, daß sie ohne alle Gründe derselbigen keine Städte werden haben bauen, keine Maschinen erfinden, und keine Himmelsbetrachtungen anstellen können.

Da

Da sie aber allenthalben Raum genug zu ihrer Wohnung und Anpflanzung fanden, so werden sie sich freylich so viel nicht, um die Erdmeßkunst bekümmert haben. Sie wurden durch die Beschaffenheit ihres Landes dazu genöthiget. Die weise Vorsehung hatte es also geordnet, daß wegen der großen Hitze und dem Mangel des Regens in selbigen Gegenden, sich jährlich der Nilstrom zu Befeuchtung und Befruchtung des Landes ergießen mußte. Durch solche Ueberschwemmungen aber wurden die Gränzen und Mähler, von eines jeden eigenthümlichen Lande verrücket. Hierüber entstunden viele Streitigkeiten. Diesem wußte man nicht besser abzuhelfen, als wenn man einem jeglichen seinen Theil, der deßhalben zweifelhaft war, wieder zumessen würde. Hierdurch erfanden die Egyptier die Feldmeßkunst, brachten dieselbe durch viele Uebung und Nachdenken allmählig zu grösserer Vollkommenheit, und wendeten sie hernach auch bey anderen Dingen an.

Die Griechen aber haben der Geometrie, die bisher blos als Kunst betrieben und ausgeübt wurde,

de, die Gestalt einer Wissenschaft gegeben, indem sie solche auf Grundsätze bauten. Thales von Mileto, einer von den berühmten sieben griechischen Weisen, befaßte sich zwar anfänglich mit den Regierungsgeschäften seiner Vaterstadt, legte aber alle Aemter nieder, gieng aus Liebe zu den Wissenschaften noch in seinem Alter auf Reisen, und erlernete unter andern die Geometrie bey den Egyptiern. Er machte dieselbe hierauf zuerst in seinem Vaterlande bekannt, verbesserte und vermehrte solche merklich, und lehrte sie bis in sein 90stes Jahr in seiner neu aufgerichteten Schule.

Ihm folgte bald Pytagoras. Auch dieser lernte die Geometrie in Egypten, brachte sie aber in eine weit schönere Ordnung, als er sie von seinen Lehrmeistern gehört hatte, und bereicherte sie mit vielen neuen Erfindungen. Wie sehr er dieser Wissenschaft ergeben gewesen, belegt unter anderen der so mühsam als scharfsinnige Beweis zu dem Lehrsatze in der Planimetrie: in einem recht winklichten Triangel ist das Quadrat der größten Seite gleich den Quadraten der beyden übrigen Seiten des Triangels, und

aus

aus seiner darüber geschöpften Freude, welche ihm ein Opfer von hundert Ochsen nicht zu viel seyn ließ.

Ob es gleich unverkennbar war, daß diese beyde Griechen, Thales und Pythagoras die Geometrie in eine schöne Ordnung gebracht, und zu einem beträchtlichen Anwuchs vermehret haben; so liessen es doch noch zwey andere ihrer Landsleute, nicht dabey bewenden, sondern versuchten es, sie in ein noch schöneres System zu bringen. Davon war der eine Euklides, dem wir die schöne und meisterhafte Elemente der Geometrie zu verdanken haben, welcher sowohl zur Aufnahme der Mathematik überhaupt, als der Geometrie insonderheit eine besondere mathematische Schule zu Alexandrien in Egypten aufrichtete, in welcher die geschickteste und berühmteste Mathematiker der damaligen Zeit gezogen wurden.

Der andere große Beförderer der Geometrie war der noch bis auf den heutigen Tag berühmte Meister in der Mathematik, insonderheit in der Mechanik, Archimedes, von Syracus in Sizilien

gebür-

gebürtig. Er studirte ebenfalls in Egypten, und hielt sich nachgehends wiederum in seiner Vaterstadt auf. Sein angegebenes Verhältniß des Durchmessers des Cirkels zu der Cirkellinie, ist bis auf den heutigen bekannt. Durch seine Sandrechung, durch die Aufforderung ihm ein Fußbreit Land ausser der Erde zum Standpunkt zu geben, und dann die Erde aus ihren Anglen schleudern zu wollen; durch die Untersuchung des wahren Gehalts der Krone des Königs Hierons, durch seine Brennspiegel, und sein noli turbare circulos meos gegen den feindlichen Soldaten, der ihm dafür den Kopf spaltete, ist er ebenfalls bis diese Stunde so bekannt, als jenes sein angeführtes Verhältniß des Durchmessers des Cirkels zu seiner Peripherie.

Die Egypter haben also die Ehre der Erfindung, die Griechen aber den Ruhm einer wissenschaftlichen Einrichtung und Vermehrung der Geometrie erlangt. Ausser diesen angeführten vier geschickten Männern, verdienen noch vorzüglich Anaxagoras, Hippokrates, Aristoteles, Appollonius Pergaeus, und Diophantes Alexan-

drinus genannt zu werden. Unter den Römern läßt sich allein Terentius Varro nennen, und wenn sich Lucius Apulejus unter ihnen als ein geschickter Mathematiker und Geometer durch seine Schriften im 2ten Jahrhundert nach Christi Geburt zeigt; so kommt dabey immer zu erinnern, daß er kein gebohrner Römer, sondern ein Afrikaner war.

Auch die Griechen wurden endlich nachläßig in der Mathematik. Sie blieben nur bey den Elementen Euklids, und traktirten auch in der Schule zu Alexandrien nichts anders. Hierzu kam noch, daß sie mit vielen schweren Kriegen beunruhiget wurden, welche die freye Künste immer mehr und mehr in Abnahme brachten, und fast ganz vertilgten.

Endlich kamen die Wissenschaften im neunten Jahrhundert an die Saracenen. Deren aufgerichtete Akademien gaben den Christen in Europa Gelegenheit, daß sie ebenfalls dergleichen im 12ten Jahrhundert anlegten. Doch konnten diese Wissenschaften unter der scholastischen Herrschaft nicht empor kommen, bis im 15ten Jahr-

hundert

hundert ein neues Licht aufgieng, und eine allgemeine neue Schöpfung der Wissenschaften, worunter die Mathematik, und ihre Theile, so wie die Geometrie allerdings gezählt werden muß, erfolgte.

Die weitern Schicksale derselben mögen aber bey Schriftstellern, welche sich mit ihrer Geschichte besonders beschäfftigt haben, selbsten nachgelesen werden. — Und sey sich dieser halben, für diesen Ort, und für Personen, welchen dieses Buch zunächst bestimmt ist, auf des Freyherrn von Wolff kurzen Unterricht von den vornehmsten mathematischen Schriften, Cap. 2. von den geometrischen Schriften.

Johann Friedrich Stockhausens historische Anfangsgründe der Mathematik, Anfangsgründe der Geometrie. Benjamin Hederichs Anleitung zu den fürnehmsten mathematischen Wissenschaften, Vorrede zu der Anleitung zu der Geometrie, bezogen.

Einleitung
zur
Erlernung der ersten Begriffe und Gründe der Geometrie, und des mathematischen Zeichnens.

I. Abschnitt.
Erklärung der in der Geometrie vorkommenden Wörter, und Entwicklung der bey Erlernung der Geometrie nothwendigen Begriffe.

I. Capitel.
Auseinandersetzung gewisser allgemeiner Begriffe in der Größen-Lehre.

§. 1.

Will man sich mit einer Wissenschaft, einer Kunst, einem Handwerke bekannt machen, so

das erste daß man sich um die Sprache bekümmere, welche man bey der Ausübung der Wissenschaft, der Kunst, oder des Handwerkes führet. — Da nun auch die Geometrie ihre eigene Ausdrücke hat, und ihre eigene Sprache führt ja der Geometra den Mund nicht aufthut, ohne die Worte Grösse, Messen, Maaß, Gleichheit, Aehnlichkeit, Deckung ꝛc. zu gebrauchen, auch der künftige Vortrag dunkel bleiben würde, bevor nicht die Erklärung der angeführten Ausdrücke würde voraus gesendet worden seyn, so sey dieses Kapitel der Entwicklung der Ausdrücke Grösse, Messen, Maaß ꝛc. bestimmt. —

§ 2.

Grösse. Ist all dasjenige, was sich vermehren und vermindern lässet.

Jede Zahl, jede Linie, jede Fläche, jeder Körper ist eine Grösse — denn ich kann zu allen Dingen nach Gefallen hin zu thun, und hinwegnehmen, geschehe solches durch Abziehen, Vermehrung, Theilung, oder auf was immer für eine Weise. Ist z. B. einem Schreiner ein

Stück

Stück Holz zu dieser oder jener Bestimmung zu groß, so sägt oder hobelt er von demselben so viel hinweg, um wieviel es zu groß ist, ist es ihm zu klein, so fügt er noch ein anderes an dasselbige an. —

Auch Dinge die wir nicht unmittelbar mit dem Maaßstabe wie die Linien, oder die Flächen, oder die Körper nach ihrer Grösse bestimmen können, die uns nicht einmal sichtbar sind, sind Grössen — z. B. Wärme und Kälte, Geschwindigkeit, Geschicklichkeit und Gelehrsamkeit. —

Befinden wir uns zu Winterszeit in einem zu stark geheitzten Zimmer, so machen wir entweder die Fenster oder die Thüren auf, damit sich die uns unerträglich werden wollende Hitze des Zimmers vermindere. — Will das Zimmer in welchem einer zu arbeiten hat, zu kalt werden, so lassen wir nachfeuren — Wir suchen also Vermehrung oder Verminderung an Dingen welche wir nicht sehen, zu bewürken, und sind also Wärme und Kälte eine Grösse.

Die Geschwindigkeit eines Bothen, eines Pferdes, eines Wagens, eines Fahrzeuges auf

dem Wasser, ist eine Grösse — denn der Bothe, das Pferd, der Wagen, der Kahn oder das Schiff können bey einerley Weg bald ein längeres bald ein kürzeres Stück ihres Weges zurück legen — je nachdem sie sich schneller oder oder langsamer bewegen. Das unsichtbare Ding die Geschwindigkeit, kann also vermehrt oder vermindert werden, ist also eine Grösse.

Sehen wir den Durst oder den Hunger immer hin nicht, so wird doch schwerlich ein Mensch auf der Welt seyn, der nicht die Empfindung von einem mindern oder mehrern Durst, von einem grösseren oder geringeren Hunger sollte gehabt haben. — Es ist also Hunger und Durst eine Grösse.

Eben so ist Geschicklichkeit, und Gelehrsamkeit eine Grösse. — Der Lehrjunge der erst anfängt ein Handwerk zu erlernen, besitzt noch nicht die ausgedeuhte Kenntuß seines Handwerks, die entweder sein Meister bereits besizt, oder die er zu seiner Zeit als Meister besizen wird. —

Der Schüler der Wissenschaften wird erst mit den allerersten Begriffen derselben eingeweyht,

durch

durch das weiter Studiren in denselben wird seine Kenntniß ausgedehnt. — Er läßt es nicht dabey bewenden, bey den Kenntnissen die er sich auf der Schule gesammelt hat, stehen zu bleiben, er erweitert dieselben auf Akademien durch fortgesetztes Studiren — er wendet solche endlich nach der Akademie praktisch an, arbeitet noch weiter darinnen fort, und erlangt immer mehr und mehrere Kenntnisse darinnen. — Es ist also auch Gelehrsamkeit und Geschicklichkeit eine Grösse

§. 3.

Von den Grössen der Dinge gelangen wir auf zweyerley Weise zu deutlichen Begriffen — nemlich 1) dadurch, daß wir uns die Dinge so nahe bringen lassen, daß wir sie sehen und fühlen können. — So machen wir uns z. B. einen Begriff von der Größe einer Ruthe, eines Schuhes, eines Zolles, eine Elle, einer Meßkette, indem wir uns diese Dinge nahe genug bringen, um sie mit dem Gesicht und Gefühl betrachten zu können. —

2) Durch die Vergleichung einer bekannten Grösse mit einer unbekannten von eben der Art— Um die Grösse oder Länge einer Schnur, eines Fadens, eines Bandes, eines Stück Tuches rc. zu erfahren, nimmt man eine bekannte Länge oder Grösse, den Maßstab, die Elle; und sieht wie oft die bekannte Länge in der unbekannten, nemlich der Schnur, des Fadens, des Bandes, oder des Tuches enthalten sey. —

Die Grösse einer Fläche, eines Feldes, eines Ackers, und einer Wiese, sind einem bekannt, wenn man weißt, wie oft ein Quadratfuß, Quadratruthe u. s. w. die schon vorher bekannt sind, oder die doch für bekannt angenommen werden können, in der Grösse des Feldes, der Fläche des Ackers, und der Wiese enthalten sind. — Hier erhält man also durch die Vergleichung einer bekannten Grösse mit einer unbekannten, einen deutlichen Begriff.

Von der Entfernung zweyer Städte, von der Weite zweyer Gegenstände auf der Erden, und in der Natur, erlangen wir alsdann einen deutlichen Begriff, wenn man uns bestimmt an-

angiebt, wie oft die Länge eines Weges, den man oft und viel entweder gegangen, oder geritten, oder gefahren hat, oder der einem sonst bekannt ist, in der Ferne der beyden Städte, oder der Weiten der beyden Gegenstände enthalten ist. — So verhält sichs wenn wir sagen, diese oder jene Stadt sey von dieser oder jener andern Stadt so nur soviele Stunden oder Meilen entfernt. Man denkt sich die Stunde oder Meile als eine bekannte Länge, von deren Grösse man sich durch die Empfindung einen Begriff gemacht hat. —

§. 4.

Die bekannte Grösse, die man mit einer unbekannten von eben der Art vergleicht, heißt das Maaß oder der Maaßstab, der unbekannten Grösse — die Vergleichung selbst heißt das Messen. Eine bekannte Grösse mit der unbekannten Grösse vergleichen, heißt also nichts anderes, als die unbekannte Grösse durch die bekannte ausmessen.

Das Messen aber kann auf zweyerley Art geschehen: 1) daß ich den Maaßstab sey solcher jetzt Zollstab, oder Ellenstab, oder Ruthe, oder Meßkette, an die unbekannte Grösse würklich anlege, und also zu sehen kann, wie oft der Maaßstab in der unbekannten Grösse enthalten ist. Z. B. bey Ausmessung eines Stückes Tuch mit der Elle, wo ich die Elle würklich an den Rand des Tuches so oft anlege, als es die Länge des Tuchs erfordert, um zu sehen, wie oft die bekannte Länge oder Elle, in der unbekannten Länge des Tuches enthalten ist. — Eben so kann ich auch die Meßkette und Meßruthe, an die Länge eines Weges, oder Feldes so oft anlegen, als nöthig ist, um die Länge des Weges aus zu messen. Allein sehr oft, ja in den meisten Fällen von Messungen von Wichtigkeit, die angestellt werden sollen, trägt sichs zu, daß man den Maaßstab nicht an die unbekannte Grösse anlegen, und darauf blos messen kann, sondern man muß die bekannte und unbekannte Größe durch Schlüße mit einander vergleichen und ausmessen — z. B. bey

der Frage wie weit die Thurnspitze in einer Stadt von der Thurnspitze in einem zu nächst gelegenen Dorfe entfernt sey? oder noch mehr, wie weit unsre Erde vom Monde, oder einem andern bestimmten Stern entfernt sey, müssen blos Schlüsse angewendet werden, um eine richtige und befriedigende Antwort darauf zu geben, weil kein Mensch im Stande ist eine Meßkette von der Erde bis an den Mond, oder den bestimmten Stern anzulegen, und von da fort zu messen. —

§. 5.

Durch diese angestellte Vergleichungen finden wir nun, welche Grösse grösser welche kleiner sey, als die andere Grösse. — Es fragt sichs daher was ist grösser, was ist kleiner?

Grösser ist dasjenige, was die Grösse des andern in sich begreift, und noch eine Grösse dazu. — Die Zahl 8 ist grösser denn die Zahl 5; die 8 begreift nicht nur die 5 in sich, sondern enthält noch eine dreymal grössere Grösse. —

Eine Line von 150 Schuhen ist grösser als die Länge einer Meßkette von 50 Schuhen, — sie enthält nicht nur die 50 Schuhe, sondern noch zweymal fünfzig Schuhe dazu. — Eine Fläche von 4 Tagwerken ist grösser, als eine Fläche von einem Tagwerk; sie enthält nicht nur das Tagwerk das ich zum Maaßstab angenommen habe, sondern noch drey dazu. — u. s. w.

Kleiner hingegen ist dasjenige, dessen Grösse in der Grösse des andern, neben noch einer Grösse enthalten ist. — Die Zahl 5 ist kleiner als die Zahl 8 — das heißt die Zahl 5 ist in der 8 — welche noch um drey mehr enthält als 5, enthalten. —

Eine Linie von 45 Schuhen ist kleiner als die Länge einer Meßkette von 50 Schuhen — die 45 Schuhe sind in den 50 Schuhen der Meßkette, neben den 5 übrigen Schuhen derselben enthalten. — Habe ich eine Linie von etlichen hundert Schuhen, welche ich mit einer Kette von 50 Schuhen messen sollte, so ist die Kette kleiner als die zu messende Linie, denn sie ist in der Grösse der Linie, neben einer noch andern Grösse von 50 Schuhen enthalten. —

Eben

Eben so ist eine Fläche, oder ein Körper kleiner als ein anderer, wenn der Flächen = oder körperliche Innhalt einer gegebenen Fläche oder eines Körpers in dem andern, neben noch einem weitern Inhalt desselben enthalten ist. — Habe ich ein Fäß Wein von einem Eymer, und ein anderes von 3 Eymern, so wird jeder das Faß von einem Eymer für kleiner erkennen, als das von drey Eymern, weil der Eymer des einten Fasses neben den zwey Eymern des drey Eymrigen Fasses enthalten ist. —

§. 6.

Die Gleichheit der Grössen bestehet in einer, vollkommenen Uebereinstimmung der Dinge nach ihrem Maaß, ohne Absicht auf ihre Figur und Gestalt.

Hat eine Linie die accurate Länge der andern Linie, so sind die beyden Linien ein ander gleich — denn sie stimmen nach ihrem Maaße vollkommen mit einander überein.

Enthält eine Fläche eine gewisse Anzahl Ruthen, Schuhe, Zolle; und eine andere die nemliche

liche Anzahl der Ruthen, Schuhe, und Zolle; so sind beyde Flächen ein ander gleich, sey es auch auch daß die eine bey weiten eine andere Figur habe als die andere, daß z. B. die eine Fläche ein Cirkel, die andere ein Dreyeck, oder ein anderes regulaires oder irregulaires Vieleck sey.

Enthält ein Körper das nemliche Maaß wie ein anderer, oder mehrere andere, so sind diese Körper alle einander gleich — denn sie kommen in ihrem Maaße mit einander überein, wenn sie auch gleich die nemliche Gestalt unter einander bey weitem nicht haben. — Man denke sich den Fall, daß von mehreren Personen je, dem eine Maaß Getränke ausgetheilt werden sollte — daß aber von diesen Personen zwar jeder ein Trinkgeschirr von einer Maaß im Inhalt habe, die aber der Gestalt nach sehr von einander unterschieden seyen, so daß einer einen Krug, der andere ein Stiefelglas, der dritte eine Flasche, der vierte einen Kessel, der fünfte eine bauchichte der sechste eine anders geformmte Bouteille habe; — so sind diese Trinkgeschirre doch vollkommen einander gleich —

denn

denn sie stimmen in ihrem Maaße genau mit einander überein, das heißt keines enthält mehr oder weniger als eine Maaß. — Sey ein Körper ein Würfel, der andere eine Walze, der dritte eine Kugel, der vierte eine Pyramide, der fünfte eine Parallelepipedum, der sechste ein mehr eckichtes Prisma — und halte jeder dieser Körper einen Cubic Fuß; so sind — ohngeachtet diese Körper ihrer Gestalt nach so sehr von einander unterschieden sind, doch einander vollkommen gleich; sie enthalten alle das nemliche Maaß.

Die Aehnlichkeit der Grössen ist die vollkommene Uebereinstimmung aller derer äußerlichen Kennzeichen, wodurch sonsten die Grössen von einander zu unterscheiden sind. —

Alle gerade Linien sind einander ähnlich — Figuren sind ähnlich, wenn alle Winkel der einen Figur nach der Reihe eben so groß, als alle Winkel der andern, nach eben der Ordnung sind, und die Linien, die in eben diesen Figuren einerley oder gleiche Winkel einschließen, einander proportionell sind. —

Körper sind einander ähnlich, wenn sie in ähnliche Flächen, welche unter gleichen Winkeln zusammen stossen, eingeschlossen sind. — Ein Würfel sey z. B. von 6 Flächen eingeschlossen, deren jede einen Quadratschuh enthält, von eines anderen Würfels 6 Flächen betrage jede nur einen Quadratzoll; so sind beyde Würfel einander ähnlich — denn die Winkel unter welchen sie zusammen gesetzt sind, sind bey einem Würfel so groß wie bey dem andern, oder die Flächen sind gegen einander proportioniert.

§. 8.

Die Deckung, nemlich der Linien, Winkel und Flächen, geschiehet, wenn alle äusserste Theile der Linie oder des Winkels, oder der Fläche, auf alle äusserste Theile der andern Linie, des Winkels oder der Fläche fallen, und genau passen, — wodurch keine Linie, kein Winkel, und keine Fläche weder über die andere vorragen, noch gegen die andere zurücke bleiben wird. —

Anmer-

Anmerkung. Da hiervon noch weiter unten bey den Grundsätzen der Geometrie zu reden seyn wird; so mag vorläufig hier soviel von der Deckung, der Linien, Winkel und der Flächen genug seyn. —

§. 9.

Damit man nicht immer nöthig habe, die Ausdrücke, gleich, ähnlich, grösser, kleiner, mehr, weniger — im schriftlichen Vortrage mit Worten auszudrücken; so hat man auf gewisse Zeichen gedacht, wodurch man diese Ausdrücke bezeichnet. So bezeichnet man die Gleichheit der Grösse durch das Zeichen (=) Will man daher zu verstehen geben, daß eine Linie, oder ein Winkel, oder eine Fläche, oder ein Körper, dem andern gleich sey; so bedient man sich desselben und drückt sich so aus: Lin. ab = Lin. cd. $\angle$ a = $\angle$ b. das heißt, die Lin. ab ist gleich der Lin. cd der Winkel a ist gleich dem Winkel b. 2c. —

Soll die Aehnlichkeit zweyer Figuren, oder Körper angezeigt werden; so setzt man

das Zeichen (~) dazwischen, und heißt also der Ausdruck X ~ Y. die Grösse X ist der Grösse Y. ähnlich — sey das X und Y. eine Linie, oder eine Fläche, oder ein Körper, oder jede andere Grösse. —

Ist eine Figur grösser als eine andere, oder überhaupt eine Grösse grösser, als die andere, so braucht man dieses Zeichen (>). Es ist daher der Ausdruck A > B. m > n. zu lesen: die Grösse A sey grösser denn die Grösse B. die Grösse m. sey grösser als die Grösse n. und hat man sich bey Bezeichnung dieses Ausdruckes nur soviel zu merken, daß die Oeffnung dieses Zeichens allemal nach dem grösseren gerichtet sey. Will man hingegen zu erkennen geben, daß eine Grösse kleiner sey als eine andere; so braucht man das entgegengesetzte Zeichen (<) und heißt dahero der Ausdruck 8 < 10. 8 sey kleiner denn 10 — wobey allzeit die Spitze des liegenden < nach der kleinern Größe zu sehen muß. —

Soll eine Grösse, als, eine Zahl, eine Linie, ein Winkel, eine Figur, ein Körper zu einer an-

andern solchen Grösse hinzugesetzt werden; so setzt man dieses Zeichen (+) dazwischen, oder ist also der Ausdruck X + Z zu lesen, die Grösse X plus Z. oder X hinzugethan zu Z. Soll hingegen angezeigt werden, daß eine Grösse von der andern müsse abgezogen werden; so ist das (—) Zeichen gebräuchlich, — der Ausdruck O — U wäre demnach zu lesen U abgezogen von O oder O weniger U. —

Man setzt nemlich dieses Zeichen so zwischen Zahlen, Linien, Winkeln, und Figuren, daß diejenige, von denen andere weggenommen werden sollen, zur linken Hand, diejenige aber, die man wegnimmt, zur rechten Hand dieses Zeichens zu stehen kommen.

II. Capitel.

Tab. A.

Vom mathematischen Punkt.

§. 1.

Der mathematische Punkt kann nicht sinnlich vorgestellet werden, weil er keine Theile hat; und in der Welt gar nicht existirt, wohl aber gehet es an, daß man sich denselben unter einem Bilde denke, das ihm nach menschlichen Begriffen so nahe als möglich komme, — denn er ist weder lang, noch breit, noch dick. Daher gehet es an, sich unter einem sehr subtilen Tüpfelchen, unter einem Stäubchen, oder Sandkörnchen, in Vergleichung gegen einer grossen Kugel oder einen grossen Berg einen mathematischen oder geometrischen Punkt zu denken, wenn gleich das gemachte Tüpfelchen, das Stäubchen oder das Sandkörnchen keine geometrischen Punkte sind. — Man hat also den geometrischen Punkt nur in Gedan-

ken anzunehmen, ob er gleich beym mathematischen Zeichnen, wenn man ihn auch mit den feinsten Werkzeugen so subtil machet, daß er kaum dem blossen Auge sichtbar wird, immer eine gewisse Breite und Länge behält. —

Anmerkung. Länge, Breite, und Dicke, sind Längen an Körpern. (Siehe die Erklärung der Tab. M.) Nach dem allgemeinen angenommenen Sprachgebrauche heisset die kürzeste Länge an einem Körper die Dicke; die grössere Länge, die Breite und die grösseste Länge die eigentliche Länge.

§. 2.

Damit aber jedes Auge den Ort des Punktes ohne viele Mühe wahrnehmen möge; so macht man ihn öffters groß genug (Figur A.) doch hat man sich dabey immer den untheilbaren mathematischen oder geometrischen Punkt zu denken. So zeigt man in einem Plane, oder in einer Landkarte die Weite der Oerter von einander durch Punkte an. — Figur ABC.

Anmerkung. Man macht die Punkte bald auf dem Papiere, oder andern Zeichnungs oder Schreibmaterialen wie Papier und Pergament, bald auf der Erde; auf ersteren mit scharfgespitzten Bley- und Silberstiften, mit Cirkelspitzen, scharfgeschnittenen Federn, Nadeln und andern spitzigen Werkzeugen. (Figur G.) so subtil als man kann, oder es immer thunlich ist.— Es nähert sich eben daher ein Riß, oder verfertigter Plan, oder jede andere mathematische Zeichnung desto mehr ihrerer Vollkommenheit, je subtiler die Punkte in dergleichen Zeichnungen gemacht sind, und je mühsamer sie sich wahrnehmen lassen, wenn man selbst die Zeichnung gegen des Tages oder Sonnenlicht halten sollte.—

Auf der Erde, besonders bey den praktischen Arbeiten des Feldmessers ꝛc. stellt bald eine eingesteckte Stange, bald ein Baum, oder ein Gebüsch, ein Thurnknopf, oder eine Thurnspitze einen Punkt vor. —

§. 3.

Stehet ein Punkt in der Mitte eines Cirkels, so heißt er Mittelpunkt, oder Centrum —

zu weilen auch nur Punkt überhaupt — (Figur D.) Schießt ein Scheibenschütze den Mittelpunkt einer Scheibe hinaus, so sagt man, er habe den Punkten hinausgeschossen. —

§. 4.

Anrührungspunkt ist derjenige, welcher entsteht, wenn eine gerade Linie im vorüber gehen einen Cirkelkreis an einem Orte berührt, aber nicht durchschneidet. Figur E.

§. 5.

Ein Durchschnittspunkt ergiebt sich, wenn zwey gerade Linien oder Bögen einander sich schneiden. Figur F.

III. Capitel.

Tab. B. C.

Von den Linien

§. 1.

In der Mathematik, und Geometrie giebt es nur eine Art von Punkten, weder lange noch kurze — welche nach den im vorhergehenden Capitel angegebenen Eigenschafften des mathematischen Punktes gar nicht möglich sind. Hört man also bey den Mignaturmahlern, bey Kupferstechern, oder bey andern Gelegenheiten den Ausdruck von langen und kurzen Punkten, so mag dieß wohl für einen technischen Ausdruck bey den benannten Beschäfftigungen, aber für kein Wort aus der mathematischen oder geometrischen Sprache dienen. — Der Linien hingegen giebt es mehrerley.

§. 2

Eine geometrische Linie ist eine Länge, ohne Breite und ohne Dicke. —

Diese giebt es in der Welt eben so wenig, als den mathematischen Punkt, sondern auch diese besteht nur in den Gedanken der Menschen. Denn ziehe man auf dem Papiere, auf Pergament, auf einer Bley- Zinn- oder Kupferplatte, mit dem spitzigsten Werkzeuge eine Linie; so wird sie, durch das Vergrösserungsglas betrachtet, doch eine Breite haben. —

Es hindert uns inzwischen dieser Umstand doch nicht, daß wir an Dingen die Breite und Dicke abrechnen, und blos die Länge betrachten. —

Unter dem Rande des Reißbrettes und des Kopf- oder eines andern Lineals, dem Rande des darauf befindlichen beschnittenen Bogens Papiers, dem Rande des Zeichnungs oder andern Tisches, eines Spiegels oder einer Glastafel u. s. w. mag man sich eine geometrische Linie vorstellen. —

Denkt man sich die Entfernung eines Orts vom andern, so denkt man sich diese Distanz in einer geometrischen Linie, wobey man an keine Breite und Dicke denkt. — Fragt man,

wie weit eine Stadt von der andern entlegen sey; so fällt es keinem Menschen ein zu fragen, wie breit der Weg dahin sey, sondern alleine wie viele Meilen oder Stunden er lang sey. —

§. 3.

Der Hauptarten der geometrischen Linien giebt es zwey, gerade und krumme, aus welchen zwey andere Arten nemlich gebrochene und vermischte entstehen. —

§. 4.

Bey der geraden, wie bey der krummen Linie läßt sich sowohl fragen, was ist sie, als wie wie entsteht sie? —

Bey der Frage was ist die gerade Linie? und was die krumme? mag aber, wenn immerhin die Antwort: die gerade Linie sey diejenige Linie, deren Punkte alle nach einer Gegend zu liegen; und die krumme eine solche in der zwischen jedem Paar Punkten, wenn man solche auch annimmt, einige

lie-

liegen, die sich mit den angenommenen nicht in einer geraden Linie befinden; gegeben worden — zu sagen seyn, was Herr Hofrath Kästner bey dieser Gelegenheit herkommen läßt: daß sie niemand aus irgend einer Erklärung werde kennen lernen, und niemand es auch nöthig habe, — daß man aber wohl etwas von ihr sagen könne, das die Aufmerksamkeit leite, auf das, was sie zu einer geraden Linie macht, genauer Acht zu geben. Für den Anfänger der Geometrie mag es daher nützlicher seyn ihme zu sagen, wie die gerade und die krumme Linie entstehe.

§ 5.

Wenn sich Tab, B. ein Punkt A. nach einem andern Punkt B. so beweget, daß er auf seiner Bahn von A nach B weder seitwärts, noch auf- noch abwärts abweichet; so beschreibt dieser Punkt A eine gerade geometrische Linie. Geht hingegen ein Punkt C nach einem andern D, und weichet auf seinem Wege von C nach D mit jedem Augenblicke von seiner Bahn oder

seinem Weg ab; so beschreibt dieser Punkt C eine krumme Linie C D.

Eine scharfe Cirkelspitze, die Spitze eines scharf gespitzten Bleystiftes, oder einer scharfbeschnittenen Feder, die Spitze des Geißfusses in Cirkeln u. s. w. können solche Punkte bedeuten. Wenn man besagte Werkzeuge entweder an der scharfen Kante eines Lineals hinweg führt, um eine gerade Linie zu ziehen, oder den einen Cirkelfuß um den andern sich bewegen lässet, wenn man erstern feste eingesetzt hat, um eine Cirkellinie zu beschreiben.

In diesen angezeigten Fällen ist nun freylich keine geometrische Linie beschrieben, sondern die Cirkelspitze hat Spuren ihres Eindruckes in das Papier, und der Bleystifft, die Feder, der Geißfuß, haben Theilchen von der Schwärze oder einer anderen Farbe auf dem Papiere zurück gelassen; es ist also ein breiter Strich entstanden. Allein diese Breite achtet man nicht, man sieht blos auf die Länge dieses Striches.

Anmerkung. Auch hier ist zu wiederholen, was oben Cap, I. in der Anmerkung zu §. 2. ist angeführet worden. —

§. 6.

Gerade Linien werden entweder im Kleinen auf dem Papiere, auf Pergament, und auf Kupfer, Zinn, und andere Platten — oder im Grossen auf Mauren, auf zu behauende Bäume, auf Feldern u. s. w. gezogen. — Im erstern Fall bedient man sich eines Bleystiftes, einer Schreib oder Stahlfeder, eines Silberstiftes, einer Reißnadel ꝛc. — welche an der Schärfe eines geraden Lineals hergezogen werden Tab. B, G. im letztern Falle, nemlich auf Mauren, und zu behauenden Bäumen, geschieht das Zeichnen der Linien mit einer Schnur, welche zuvor in einer rothen oder schwarzen Farbe eingetaucht, sodann an beyden Enden schramm angezogen, und alsdenn durch einen dritten geschnellt wird. Diese Manipulation, nennen Maurer und Zimmerleute schnüren. Die Gärtner und Pflästerer ziehen ihre Linien mit star-

ken Schnuren, welche an beyden Enden mit kleinen Pfählchen versehen sind; die Feldmesser mit Meßstäben, oder Meßketten von 50 Schuhen, oder mit hohen Stäben, welche sie so hintereinander stecken daß immer ein Stab den andern deckt, auf welche Weise sich eine Linie von ziemlicher Länge ziehen oder abstecken lässet. —

§. 7

Nach der oben gegebenen Beschreibung von Entstehung der krummen Linien, ergiebt sich also, daß die krumme Linie kein Stück von der geraden Linie habe. —

Siehet man auf stets um einen befindliche Gegenstände des gemeinen Lebens; so findet man auch dabey Sachen genug, woran eine krumme Linie wahr zu nehmen ist. — Der Rand einer Schießscheibe, eines Wagenrades, eines Uhrblatttes, eines runden Tisches, eines runden Hutes, machen lauter krumme Linien. — Alle geschossene oder geworfene Körper fallen in krummen Linien. — Die abgeschossene Kugel des Schützen, fällt in einer krummen Linie auf die Scheibe oder einen andern Gegenstand; der

Stein

Stein welchen der Knabe aus seiner Schleuder schleudert, fällt in einer krummen Linie wieder zu Boden. Die Figuren der krummen Linien sind aber unzählich und unbeschreiblich. Der Anfänger der Geometrie beschäfftigt sich unter den krummen Linien allein mit dem Cirkel, und mit den aus diesem abgeleitet werdenden Linien, Figuren, Flächen, und Körpern, weil der Cirkel zur Betrachtung am leichtesten ist. —

§. 8.

Cirkellinien werden wie die geraden bald auf dem Papiere bald im Grossen auf Stubenböden, auf der Erde, u. s. w. beschrieben, im ersten Falle bedient man sich des Handcirkels, im letztern des Stangencirkels, oder einer Schnur, welche an beyden Enden mit kleinen Pfälchen versehen ist, wovon man das einte Ende in den Boden steckt, das andere um das erstere herumführt.

§. 9.

Aus der geraden und kummen Linie entstehet die vermischte Linie Tab. B. Figur E F.

Diese

Diese enthält Stücke bald von einer geraden bald von einer krummen Linie. — Der äusserste Umriß der Gesimse in Wohnzimmern, an Häusern, Pallästen u. s. w. besteht aus solchen vermischten Linien. — Schon der Rand eines halbrunden Tisches stellt eine vermischte Linie vor. —

§. 10.

Die gebrochene Linie bestehet aus lauter geraden Linien, welche unter gewissen und verschiedenen Neigungen zusammen stossen. Tab. B. Figur G H.

Der Rand eines jeden viereckichten Tisches, die gewöhnlichen Tafeln zu den Mahlereyen und Kupferstichen in den Zimmern, die Umfangslinien des Dreyeckes, des Viereckes, der Vielecke u. s. w. zeigen uns lauter gebrochene Linien.

Anmerkung. Bey Verfertigung geometrischer und anderer mathematischer Zeichnungen werden nicht alle Linien gleich ausgezogen, sondern manche nur als Hülfslinien gebraucht, die nach vollendeter Zeichnung gar weg-

weggelöscht werden. — Tab. B. Figur I K. letztere nennt man blinde Linien; diese werden manchmal in Rissen punktirt angezeigt, und entweder sehr fleißig getüpfelt, wie I, oder geschleifet wie K.

§. 11.

Die Linien werden auch nach ihren unterschiedenen Krümmen und Oertern worauf sie zu stehen kommen mit verschiedenen Benennungen belegt, — als:

Die Schlangenlinie, Tab. C. Figur A. welche aus lauter zusammengesetzten halben Cirkelstücken besteht, und sich wie eine laufende Schlange über und unter sich biegt.

Die Schraubenlinie Figur B. läßt sich am besten vorstellen, wenn man um ein rundes Stäbchen eine Schnur oder Faden windet, wodurch Schraubengänge entstehen. —

Die Schneckenlinie Figur C. diejenige Linie, welche um einen Punkt herumlauft; je länger sie aber läuft, je weiter von dem Punkte abkömmt.

Ellip-

Elliptische Linie, welche aus einem schiefen Kegelschnitte entstehet. Tab. C. Figur E.

Parabolische Linie, die ebenfalls aus einem bestimmten Kegelschnitte entsteht. — Tab. C. Figur. E.

Hyperbolische Linie, die gleichfalls durch einen Kegelschnitt hervorgebracht wird. Tab. C. Figur F.

Von welchen dreyen Linien das mehrere, so viel für diesen Ort nöthig und nützlich seyn möchte, bey Erklärung der Tab. O. vorkommen wird.

Perpendikular Linie auch Lothrechte, Bley- oder Senkrechte Linie ist diejenige welche auf einer anderen geraden Linie dergestalt aufgerichtet stehet, daß sie sich auf keine Seite mehr neigt, als auf die andere. Tab. C. G L.

Horizontal Linie, Wagrechte, Wasserpasse, Wassergleiche, Wasserebenelinie, diejenige, welche so flach wie die oberste Fläche des stillstehenden Wassers ist, oder auf welcher eine andere gerade Linie dergestalt aufgerichtet stehet, daß sie sich gegen diese, weder zur einen, noch zur andern Seite mehr neiget. Tab. C. H I.

Schie-

Schiefe oder schräge Linie, diejenige, welche weder perpendikulär noch horizontal ist, oder welche auf einer andern Linie dergestalt auftrifft, daß sie sich mehr zu der einen als zu der andern Seite neiget.

Anmerkung. Die Geometer, Zimmerleute, und die mathematische Zeichner überhaupt, machen ihre Perpendikularlinien auf dem Papiere oder auf vorgegebenen Stücken Holz, mit meßingenen oder stählernen Winkelhacken, Figur M oder auch mit dem hölzernen rechtwinklichten Dreyeck. Die Maurer suchen ihre bleyrechte Linie mit einem Faden oder Schnur, daran eine bleyerne oder messingene Kugel hänget, welches sie das Bleyloth oder den Senkel nenuen — Figur K. Die Wagrechte Linie aber mit einem aus Holz von zweyen gleichen Seiten gemachten Triangel, an welchem bey der obern Spitze ein Faden festgemacht, der unten mit einen Bleykügelchen versehen ist. Fället solches in das Loch, so unten mitten in den hölzernen Triangel eingeschnitten ist, und spielt der Faden zugleich in die Mittellinie des Triangels, so ist damit die Wasserrechte oder Horizontallinie gefunden. — Figur O.

Noch genauer läßt sich solche durch die Tab. H. Figur A. angezeigte gläserne Wasserwage finden.

Tab. D.

Parallel oder gleichlaufende Linie sind diejenigen, welche in all und jeden Punkten gleichweit von einander abstehen, sie mögen gerade oder krumm fortlaufen. Figur AB. Die Räder eines Wagens, die Läufel eines Schlittens, lassen im Sand oder im Schnee eine richtige Parallellinie zurücke, der Wagen oder der Schlitten mag eine Wendung nehmen welche er will.

Proportionallinien werden genennet, deren erste sich zu der anderen, wie die andere zu der dritten, oder auch die dritte zu der vierten verhält.

Anmerkung. Mehrere Deutlichkeit hierüber wird man in der Folge dieses Buches, durch die Zeichnung der Proportionallinien erhalten.

Diagonallinie ist die gerade Linie, welche durch eine Figur, von einer bis zu der anderen gegenüber stehenden Ecke gezogen wird. Figur D E.

Cirkellinie ist eine einzige krumme Linie, die aller Orten gleichweit von ihrem Mittelpunkte entfernet ist, und eine runde Figur beschliesset, Figur H. sie wird auch Peripherie, Circum ferenz, Umkreis, oder blos Cirkel genenennet.

Anmerkung. Jeder Cirkel, er sey so groß daß, wenn es möglich wäre, man die Erdkugel durch ihn schleudern könnte, oder so klein, daß kaum eine Nadelspitze in ihm Platz hat, wird in 360 Theile, welche man Grade nennt getheilt; weil sich diese Zahl durch viele Zahlen genau dividiren lässet — als durch 2. 3. 4. 5. 6. 8. 9. 10. 12. u. s. w. Jeder Grad bestehet aus 60 Minuten; jede Minute aus 60 Secunden; jede Sekunde aus 60 Terzen. Um sich die Mühe zu ersparen, die Grade, Minuten, Secunden, und Terzen mit Buchstaben aus zu schreiben, so bezeichnet man die Grade mit (o) die Minuten mit

(′) die Secunden mit (″) die Terzen mit (‴) und heisset z. B. 48°, 24′ 36.″ 8‴ 48 Grade, 24 Minuten, 36 Secunden, und 8 Terzen. —

Durchmesser, Diameter des Cirkels, ist diejenige gerade Linie, welche von einem Punkt der Peripherie zu dem anderen durch das Centrum gehet, und den Cirkel allemal in zwey gleiche Hälften theilet. —

Halbmesser Semidiameter oder Radius diejenige gerade Linie, welche vom Mittelpunk des Cirkels, oder umgekehrt. Figur I K. bis an die Peripherie reichet.

Chorde, Sehne. Diejenige gerade Linie in einem Cirkel, welche von einem Punkt der Peripherie desselben nach dem andern reicht, aber nicht durch das Centrum gehet. — Geschähe solches, so wird die Chorde zum Durchmesser des Cirkels. Figur L M.

Berührungslinie. Diejenige gerade Linie, welche eine Figur nur in einem Punkte berühret, aber nicht durchschneidet — obwohl sie so lang als man will, kann gezogen werden — Figur O P.

Schnei-

Schneidungslinie diejenige Linie, welche die Figur an einem Punkte durchschneidet. Figur Q R.

IV. Capitel.

Tab. E,

Von den Winkeln.

§. 1.

Wenn zwey Linien unter einer gewissen Neigung in einem gemeinschafftlichen Punkte zusammen stossen; so entstehet daraus ein Winkel. A B C.

Zu einem Winkel gehören also mehrere Erfordernisse, nemlich 1) zwey Linien; 2) ein gemeinschafftlicher Punkt, in welchem sich solche vereinigen; 3) müssen diese Linien unter einer gewissen Neigung zusammen stossen. —

§. 2.

Sind die zwey zusammenstossenden Linien, gerade Linien, so heisset der Winkel ein geradlinichter Winkel Figur E A. — Sind die Linien krumm; so heißt der Winkel ein krummlinichter Winkel B. B. Sind dieLinien theils krumme theils gerade Linien; so heißt der Winkel ein vermischtlinichter Winkel. Figur C C.

§. 3.

Die beyden Linien, welche einen Winkel formiren, heissen dessen Schenkel, und der Punkt in welchem sich diese Schenkel vereinigen, wird der Scheitelpunkt oder Vertex genennet, woher die Vertikal Winkel ihren Nahmen erhalten. Der Abstand der Schenkel von einander heißt die Schenkelweite.

§. 5.

Da oft von mehreren Winkeln zugleich die Rede seyn kann, so giebt man den Winkeln, um sie besser von einander unterscheiden zu können eigene Namen.

Manch-

Manchmal bezeichnet man einen Winkel, nur mit einem willkührlichen Buchstaben, und dann heißt der Winkel eben so wie der Buchstabe. Ist z. B. ein Winkel wie in Tab. E. nur mit A, oder B, oder C. bezeichnet; so heißt der Winkel entweder A, oder B, oder C.

Manchmal bezeichnet man aber auch einen Winkel mit drey Buchstaben, wie in Tab. E. die Winkel ABC; VEF; DEF; GHZ; XHZ. zeigen. Wobey zu merken, daß wenn ein Winkel mit drey Buchstaben bezeichnet wird, der Buchstabe, welcher sich an dem Scheitelpunt oder Vertex befindet, jeder Zeit in der Mitte stehen müsse. — Von den beyden übrigen Buchstaben ist es gleichgültig wo sie stehen. Um Tab. E. den Winkel VEF. anzuzeigen, ist es gleich, ob ich sage der Winkel VEF. oder FEV. wenn nur der Buchstabe E. als der am Vertex befindliche, in der Mitte stehet.

§. 5.

Nach unterschiedener Nähe oder Entfernung der Schenkel eines Winkels von einander, wird

Winkel entweder ein rechter, oder ein spitziger, oder ein stumpfer Winkel genennet. —

Ein rechter Winkel entsteht, wenn eine Lothrechte Linie auf eine Horizontallinie stößet. Tab. E. Figur ABC. DEF; GHZ.

Würde man bey diesen Winkeln die Linie BC, EF, HZ, auf die andere Seite verlängeren; so würde die Linie AB, oder DE, oder GH. zwey gleiche Nebenwinkel formiren — man kann also auch sagen, wo zwey gleiche Nebenwinkel sind, da sind zwey rechte Winkel.

Jeder Winkel der grösser ist, als ein rechter Winkel, ist ein stumpfer Winkel, Tab. E. VEF. —

Jeder Winkel der kleiner ist, als ein rechter Winkel, ist ein spitziger Winkel. Tab. E. XHZ.

§ 6.

Da nachdem, was oben in der Anmerkung des 11. §. des II Cap. gesagt worden, jeder Cirkel in 360 Grade getheilt wird; so beträgt der 4te Theil des Cirkels 90 Grade — jeder

 sol-

solcher vierter Theil macht aber gerade einen rechten Winkel aus. Man kann also sagen, daß jeder rechte Winkel 90 Grade enthalte; jeder Winkel der über 90 Grade beträgt, ein stumpfer; und jeder Winkel der weniger als 90 Grade enthält, ein spitziger Winkel sey. —

§. 7.

Wenn zwey gleiche Winkel in einem Scheitelpunkt zusammenstossen; so entstehen daraus Vertikalwinkel — daher vertikal Winkel genennt, weil sie in dem Vertex zusammenstossen. In Tab. E. sind die Winkel IML; MKN; oder IKM, LKN, solche Vertikalwinkel.

Anmerkung. Wenn zwey gleich grosse Winkel in einem Scheitelpunkt zusammenstossen; so hat man allemal vier Vertikalwinkel, wovon die zwey einander gegen überstehende einander gleich sind. —

Eröffnet man eine Papierscheere, so macht solche vier Winkel, wovon zwey und zwey einander gleich sind. Tab. E. Figur F.

§. 8.

Wenn man an einer Figur eine Seite verlängert; so bekommt man noch einen Winkel, welcher der äussere genennet wird. Tab. E. UPQ. die Winkel innerhalb der Figur heissen die innern Winkel.

Anmerkung. Die äussere Winkel an einem Körper, sie mögen rechte, spitze oder stumpfe seyn, heissen die Ecken der Körper. So nennt man die Ecken an der Figur. S. Tab. E. Würfelecken.

V. Capitel.

Tab. F.

Von Flächen.

§. 1.

Eine geometrische Fläche ist eine Grösse welche nur lang und breit, aber nicht dick ist. Jede Fläche ist das letzte, oder die äusserste Grenze der geometrischen Körper, (wovon in dem nächsten Capitel die weitere Auseinandersetzung folgen wird) woraus folgt, daß sie, die geometrische Fläche nur lang und breit — aber nicht dick sey. — und daß noch so viele aufeinander gehäufte geometrische Flächen keinen Körper ausmachen, weil vielmal Nichts, nie Etwas ausmacht. — Ausser dem Schatten welchen das Sonnen- oder ein anderes Licht gewährt (Tab. F. Figur A) giebt es in der Natur keine geometrische Flächen — aber gar oft rechnet man an Dingen die Dicke ab, und betrachtet nur blos die Länge

ge und Breite derselben. — Kauft man ein Stück Wiese, Acker, Feld, ꝛc. so fällt es keinem Menschen ein, dabey zu fragen, wie tief die Erde des gekauften Stückes sey, man fragt blos nach dem Flächen-Innhalt, nemlich nach Länge und Breite derselben — (Tab F. Figur. B.) Bey einem Bogen Papier, einem Spiegel, einer Tischblatte, u. s. w. sehen wir gar oft nicht auf die Dicke derselben, sondern auf den Flächen-Innhalt. Es ist uns daran gelegen, daß der Bogen Papier für den Riß den wir verfertigen sollen, die Grösse habe; daß der Spiegel die Höhe und Breite des Pfeilers oder der Wand habe, für welche er bestimmt ist; daß die Tischplatte von der Länge und Breite sey, daß eine bestimmte Anzahl Personen daran sitzen, und diese oder jene Geschäffte bequem daran verrichten können. —

§. 2.

Der geometrischen Flächen, sind zweyerley, gerade oder ebene Flächen; und krumme Flächen.

Eben

Eben heißt eine Fläche, wenn sich in dieser Fläche nach allen Seiten gerade Linien ziehen lassen; so aber, daß die gerade Linien immer die Fläche berühren, oder stets in dieser nemlichen Fläche bleiben. Ziehet man mit einem Bleystift, einer Reißfeder, Nadel ꝛc. auf einem, auf ein gut abgerichtetes Reißbrett aufgezogenen Bogen Papier nach allen Seiten gerade Linien, und berühren diese gerade Linien immer das Papier; so hält man das Reißbrett und den auf demselben aufgezogenen Bogen Papier für eine ebene Fläche.

Eine ebene Fläche pflegt man auch kurz eine Ebene zu nennen.

Ebene oder gerade Flächen können von verschiedenen Figuren eingeschlossen seyn — bald von Cirkellinien, bald von geraden, bald von gebrochenen, bald von vermischten Linien. Die oben angeführte Fläche des Reißbretts, oder des auf demselben aufgespannten Bogens Papiers, ist von einer gebrochenen, die Fläche der Figur C. der Tab. F. von einem Cirkel, oder einer vermischten Linie eingeschlossen.

Die

§. 3

Die krumme geometrische Fläche hat kein Stück von einer ebenen Fläche oder Ebene.

Man mag auf einer krummen Fläche ein Stück so klein nehmen, als man will; so ist das sehr kleine Stück doch niemals eine ebene Fläche, sondern das Stück ist und bleibt immer krumm.

Oder, es lassen sich in diesem Stücke nicht nach allen Seiten gerade Linien ziehen, wie man in einem Stück von einer ebenen Fläche thun kann. —

§. 4.

Die krumme geometrische Flächen, sind bald erhaben, oder bauchigt, bald hohl. Die Fläche der Kugel D Tab. F. ist erhaben oder bauchicht; die Fläche der Granate E. Tab. F. ist hohl. Die äussere Fläche der Röhre D Tab. F. ist erhaben, die innere ist hohl oder oder eingebogen. Das Glas einer Taschenuhr stellet von aussen eine erhabene, von innen eine hohle Fläche vor.

Meh-

Mehrere Dinge die wir im gemeinen Leben um uns sehen wie z. B. Kuglen, Walzen an den Kupfer= drucker Pressen, in Rollen, oder an Walzmaschinen, die runden Röhren an so manchen Instrumenten, bauchigte Bouteillen, runde Trinkgläser, u. s. w. stellen krumme geometrische Flächen vor, wenn man auf die Dicke derselben nicht siehet.

VI. Capitel.

Tab. G.

Von den dreyseitigen Figuren oder den Dreyecken.

§. 1.

In einer jeden Figur heisset die unterste Seite worauf sie stehet, der Fuß oder die Grund= linie oder die Basis. Tab. G. AB.

Die Seiten der Figur, sind diejenigen Linien an derselben, welche solche bis an die Grund= linie

linie einschliessen, wie AC, oder BC. der nemlichen Tabelle.

Eine Figur so mit drey geraden Linien eingeschlossen ist, heißt ein gradlinichtes Dreyeck. In einem solchen Dreyeck werden sich allemal drey Ecken oder Winkel befinden.

§. 2.

An jedem Dreyecke lassen sich drey Seiten und drey Winkeln wahrnehmen, und dahero zwey Sachen betrachten. 1) Die Seiten mit welchen solches eingeschlossen ist. 2) Die Winkel, welche in demselben enthalten sind.

Sieht man bey einem Dreyecke blos auf die Seiten, ob alle drey einander gleich sind; oder ob nur zwey Seiten einander gleich sind; ob gar keine Seite der andern gleich ist; so heißt das Dreyeck entweder gleichseitiges, oder gleichschenklichtes, oder ungleichseitiges Dreyeck.

Figur D. Tab. G. ist ein gleichseitiges Dreyeck, oder ein gleichseitiger Triangel, da eine Seite an demselben der andern und dritten Seite des nemlichen Dreyecks gleich ist, folglich alle drey Seiten einander gleich sind.

Figur.

Figur C. ist ein gleichschenklichtes Dreyeck, die beyden Schenkel oder Beine über der Grunlinie desselben sind einander gleich. —

Figur F. ist ein ungleichseitiges Dreyeck — an demselben ist keine Seite welche dasselbe einschließt, der andern gleich. —

Siehet man bey einem Dreyeck aber auf die Winkel, welche in demselben enthalten sind; so befindet sich entweder nur ein rechter Winkel; oder nur ein stumpfer Winkel; oder lauter spitzige Winkel in demselben. — (Capitel III. §. 2.) Ist der größte Winkel in einen Dreyecke ein rechter Winkel; so heißt das Dreyeck ein rechtwinklichtes Dreyeck. Ist der größte Winkel ein stumpfer Winkel; so heißt das Dreyecke ein stumpfwinklichtes Dreyeck; sind alle Winkel in dem Dreyecke spitze Winkel; so heißt das Dreyeck ein spitzwinklichtes Dreyeck.

Figur GHI. Tab. G ist ein rechtwinklichter Triangel. Der Winkel bey H an demselben, ist ein rechter Winkel, die beyden andere Winkel sind spitzige Winkel.

1. Anmerkung. Die Ursachen, warum in einem recht- und stumpfwinklichten Triangel nur ein rechter oder stumpfer Winkel seyn kann, giebt die theoretische Geometrie an.

2. Anmerkung. Nur bey einen rechtwinklichten Triangel haben die Seiten, welche solchen einschliessen, besondere Namen. Es heißt nemlich die längste (GI) Hypothenusa, und die Grundlinie (HI) nebst der andern Seite, oder diejenige Seite, welche dem rechten Winkel gegenüber stehet (IH) Catheti.

Figur L. Tab. G. ist ein stumpfwinklichter Triangel bey K. befindet sich der stumpfe Winkel.

Figur L. Tab. G. ist ein spitzwinklichter Triangel, alle Ecken, oder Winkel in demselben sind spitze Winkel.

VII. Ca-

VII. Capitel.

Tab. H.

Von den vierseitigen Figuren oder den Vierecken.

§. 1.

Eine jede von vier Seiten oder geraden Linien eingeschlossene Figur heißt ein Viereck, es mögen die Seiten an demselben einander gleich oder nicht gleich seyn. Figur ABCD. Tab. G.

§. 2.

Ist eine Figur oder Fläche in vier Seiten von gleicher Grösse, und auch in vier rechte Winkel eingeschlossen, so heißt eine solche Figur oder Fläche ein ordentliches Viereck, Quadrat. Tab H. Figur ABCD.

Sind zwar die Seiten an einer viereckichten Figur einander gleich, aber nicht unter rechten, sondern unter schiefen Winkeln, und zwar so zusammen gefügt, daß allemal zwey einan-

der gegenüberstehende Winkel einander gleich sind; so heißt eine solche Figur eine Raute, ein geschobenes Viereck, ein Rhombus. Tab. H. Figur BCDE.

Ist eine Figur in vier rechte Winkel eingeschlossen, sind aber nur zwey Seiten welche einander gegenüber stehen, und mit einander gleichlaufend sind, einander gleich; — so nennt man eine solche Figur ein ablanges Viereck ein länglichtes Quadrat, ein Rechteck. Tab. G. Figur CDEF.

Sind an einer Figur vier Seiten wahr zu nehmen, wovon zwey und zwey, und zwar die einander gegenüber stehende, und mit einander gleichlaufende, ein ander gleich, die einander gegen überstehende Winkel aber schief, wie bey der Raute; so heißt eine solche Figur eine länglichte Raute. Tab. H. Figur DEFG.

Ist eine Figur in vier Seiten, und vier Winkeln eingeschlossen, und sind in derselben die meisten Seiten und Winkel einander ungleich; doch zwey Seiten mit einander parallel,

so

so heißt eine solche Figur ein Irapezium — Tab. T. Figur K.

Ist an einer aus vier Seiten und vier Winkeln zusammengesetzten Figur, kein Winkel dem andern gleich, auch keine Seite mit der andern parallel; so nennt man ein solches Viereck ein Trapezoides. Tab. H. Figur H. und I. und zwar ist Figur I. ein rechtwinklichtes Trapezoid.

§. 3.

Jedes Viereck, worinn zwey einander gegenüberstehenden Seiten gleich lang sind, heißt ein Prallelogramm, das ist, eine Figur die aus gleichweit von einander stehenden oder Parallellinien, construirt ist.

Also sind, das Viereck, das Rechteck, die Raute, und die länglichte Raute, lauter Parallelogrammen. Denn in all diesen Vierecken haben jede zwo Seiten, die einander gegenüber liegen, einerley Länge. —

Wenn man durch ein Parallelogramm Tab. H. Figur X. eine Diagonale LM, und zwey Parallellinien ONPQ. ziehet; so wird dadurch die Figur, in vier Parallelogrammen abgetheilt. Die zwey R. und S. nennt man um die Diagnal stehend, die beyden V. und T. die Complemente. Und die drey Parallellogrammen VST. zusammen genommen einen Winkel-Hacken.

VIII. Capitel.

Tab. I.

Von vielseitigen Figuren, Vielecken, oder Polygonen.

§. 1.

Jede Figur die in mehr als vier Seiten eingeschossen ist, heißt man ein Vieleck, oder Polygon.

§. 2.

§. 2.

Diese Vielecke können in gleiche Seiten und Winkel, oder in ungleiche Seiten und Winkel eingeschlossen seyn, im erstern Falle heißen sie ordentliche oder reguläre, im letztern Falle irreguläre Vielecke.

Die Figuren A, B, C, D, E. F, G, H, auf Tab. I. sind lauter ordentliche Vielecke, vom Fünf-Ecke an, bis zum Zwölf-Ecke. In allen diesen Figuren, sind die Linien, oder die Seiten, und die Winkel, oder Ecken, welche sie einschliessen, einander gleich.

Figur I. Tab. I. ist ein irreguläres, unordentliches Vieleck, denn es ist weder eine Seite noch ein Winkel an demselben dem andern gleich.

IX. Capitel.

Tab. K.

Von zusammengesetzten Figuren.

§. 1.

Abschnitt oder Segment eines Cirkels, ist ein Stück des Cirkels, welches in einen Bogen, und eine gerade Linie eingeschlossen ist. Tab. K. Figur A. B. Davon ist A. der grössere, B. der kleinere Abschnitt. Einige Schriftsteller nennen diese Abschnitte Cirkel Schnitze.

Ausschnitt, oder Sector, eines Cirkels, ist ein ein Theil des Cirkels, der in zwey Halbmesser und einen Bogen eingeschlossen ist. Tab K. Figur C D. Dieser Ausschnitte oder Sectoren, sind auch zweyerley, wie der Segmente, — C ist der grössere, D ist der kleinere Ausschnitt des Cirkels. —

§. 2

Wenn eine Figur entweder aus einer Ecke oder aus zweyen, dreyen, oder aus allen Ecken zertheilet oder zerfället werden kann; so nennt man solch eine Figur, eine triangulirte Figur. Tab. K. Figur E. F.

§. 3.

Concentrische Figuren werden solche genennt, welche einen gemeinschafftlichen Mittelpunkt, oder ein gemeinschafftliches Centrum haben. Tab. K Figur F.

Excentrische Figuren nennt man diejenigen, welche verschiedene Centra haben. Tab. K. Figur G.

X. Capitel.

Tab. L.

Von einigen besondern Benennungen bey den geradlinichten Figuren.

§. 2.

Jede geometrische Figur het eine Höhe. Die Höhe einer Figur wird allemal durch die Perpendikularlinie, welche von der obersten Spitze derselben bis auf ihre Grundlinie gefället wird, bestimmet. Figur A.

§. 2.

Lassen sich an einer Figur lauter gleiche Winkel wahrnehmen, wie bey Figur B. so nennt man die Figur gleich winklicht.

Haben zwey Figuren zwischen gleichen Seiten, gleich grosse Winkel; so heissen sie auch gleichwinklichte Figuren. Figur C. D.

§. 3.

Sind die Seiten einer Figur der Länge nach, untereinander gleich; so heißt die Figur gleichseitig. Figur E.

§. 4.

Gleichförmige, oder auch ähnliche Figuren, sind diejenige, bey welchen, gleiche Winkel wahr zu nehmen, und die Seiten um die gleiche Winkel verhältnißmäßig lang sind. Figur G. F.

---

§. 5.

Gleichhaltende Figuren, sind diejenige, welche ihrem Innhalt nach vollkommen mit einander übereinstimmen, die Figuren mögen der Gestalt nach übereinkommen oder nicht. Figur I. H. (Siehe oben Cap. I. §. 6.)

§. 6.

Eine gradlinichte Figur ist in eine andere gradlinicht Figur richtig eingeschrieben, wenn jeder Winkel der innern, jede Seite der äusseren Figur berührt. Figrn K.

Eine

Eine geradlinichte Figur aber, ist um eine andere geradlinichte beschrieben, oder umschrieben, wenn jede Seite der äussern Figur jede Seite der innern berührt. Man sagt daß eine Figur in einem Cirkel richtig eingeschrieben sey, wenn alle Winkel solcher Figur die Peripherie des Cirkels berühren. Um einen Cirkel hingegen ist eine Figur richtig beschrieben, wenn die Seiten der Figur die Peripherie berühren. Figur K.

XI. Capitel.

Tab. M. und N.

Von geometrischen Körpern.

§. 1.

Alle Dinge die wir um uns sehen und fühlen, nennt man Körper.

Die Körper haben alle die Eigenschafft an sich, daß wenn man innerhalb der Oberfläche des

einen Körpers einen anderen Körper bringt; so wird der letztere Körper innerhalb der Oberfläche des erstern, nach allen Seiten und Gegenden von Theilen des erstern eingeschlossen.

Wirft man einen Stein ins Wasser, so ist derselbe nach allen Seiten und Gegenden vom Wasser umgeben. Sieht man einen Fisch im Wasser schwimmen; so ist der-selbe von allen Seiten Gegenden und von Wasser umgeben.

Befinden wir uns in einem Zimmer, in welchem mit wohlriechendem Zimmerrauch geräuchert worden; so nehmen wir wahr, daß wir nach allen Seiten und Gegenden mit den Theilen welche sich innerhalb des Zimmers befinden, umgeben sind. — Die Theile des Rauches hängen sich sogar an unsere Kleider. Müssen wir uns eine Weile in einem kalten Zimmer aufhalten; so fühlen wir, daß uns die Theile des kalten Zimmers nach allen Seiten und Gegenden umgeben, so wie wir das entgegengesätzte wahrnehmen, wenn wir von einem kalten Zimmer in ein warmes kommen, wo uns die Theile

des

des erwärmten Zimmers nach allen Seiten und Gegenden umgeben, nnd eine wohlthätige Empfindung gewähren.

§. 2.

Was nun innerhalb seiner Oberfläche nach allen Seiten und Gegenden Theile hat, nennt man einen geometrischen Körper.

Tische, Bänke, Schränke, Zimmer, 2c. sind lauter geometrische Körper, denn sie haben sämmtlich innerhalb ihrer Oberfläche Theile. Auch Wein- Bier- Oel- und andere Fässer stellen geometrische Körper vor, ob sie schon nicht mit Wein, Bier, Oel, und dergleichen angefüllt sind, denn auch sie haben innerhalb ihrer Oberflächen nach allen Seiten und Gegenden Theile liegen.

Wie aber die Theile innerhalb der geometrischen Körper beschaffen sind, darnach bekümmert man sich in der Geometrie nicht. —

Dem Visirer ist es bey Untersuchung des Innhalts eines Fasses gleichgültig, ob nichts, oder Wasser, oder Wein, oder eine andere Flüßigkeit

in

in demselben enthalten sey, er berechnet den Innhalt des vorgegebenen Fasses eben so richtig wenn es mit Flüßigkeit angefüllt ist, als wenn man dieselbe aus solchem gebracht hat.

Wie der Boden unter der Fläche, welche der Feldmesser mißt, beschaffen sey, ob er fruchtbar oder und fruchtbar, sandig oder kießig, fett oder mager sey, darum bekümmert sich der Feldmesser als Feldmesser keinen Augenblick. —

§. 3.

An jedem Körper lassen sich dreyerley Längen wahrnehmen, wovon man die kürzeste Länge, die Dicke, die etwas längere Länge, die Breite, und die längste Länge, die eigentliche Länge nennet, und man sagt daher, jeder Körper sey Lang, Breit, und Dick.

An einer Tischplatte lassen sich diese drey Längen an sinnlichsten wahrnehmen.

Bey vielen Körpern, läßt sich aber die Länge, Breite, und Dicke nicht so deutlich erkennen als an dem kaum gewählten Beyspiele der Tischplatte

in

An einer Kugel ist es z. B. schwer, die Länge, Breite, und Dicke, anzugeben, ob es gleich nicht schwer ist, aus einem Ort auf der Kugel Oberfläche nach drey ganz verschiedenen Seiten oder Richtungen, die Längen der Kugel zu betrachten. —

§. 4.

Der Körper sind zwerley Arten, reguläre und irreguläre.

Die reguläre Körper werden diejenigen genennt, welche, von lauter gleichen Flächen und unter gleichen körperlichen Winkeln zusammengesetzt sind, deren sind nur fünfe auf der Welt, gemeiniglich werden sie Platonische Körper genennet. Davon ist der erste das Tetraëdrum, Figur A. welcher als eine dreyeckichte Pyramide, die ausser der Grundfläche aus drey gleichen und gleichseitigen Triangularflächen zusammengesetzt ist, anzusehen. Es ist von vier dreyeckichten und gleichseitigen Flächen eingeschlossen, woher es auch den Namen hat.

Der zweyte reguläre Körper ist das Hexaëdron, oder der Würfel, Cubus oder das kör-

körperlichen Sechseck. Tab. M. Dieses ist von sechs gleich grossen quadrat Flächen, eingeschlossen, daher auch dessen Benennung, Figur. B.

Der dritte ist das Octaëdron, oder das körperliche Achteck, weches von acht gleich grossen und gleichseitigen Dreyecken eingeschlossen ist, ebenfalls daher so benennt. Figur. C.

Der Vierte ist das Dodecaëdrum, welches von zwölf gleichseitigen, gleichwinklichten, und gleich grossen fünfeckigten Flächen eingeschlossen ist, Figur D. von seinen 12 Flächen benennet.

Der fünfe und letzte ist das Icosaëdrum, ein Körper, welcher von zwanzig gleich grossen und gleichwinklichten dreyeckigten Flächen zusammgesetzt ist. — Figur C. Mit diesem Namen wegen der 20 Flächen belegt.

§. 5.

Zu den irregulären Körpern werden gerechnet die Prismata, Cylinder, Pyramiden, und Kegel.

Sind zwey gleiche und ähnliche Flächen, miteinander gleichlaufend, um welche hernach lauter Parallelogrammen so gestellt worden, daß sie den Raum zwischen den gleichlaufenden Ebenen, nach allen Seiten und Gegenden einschliessen; so heißt solch ein geometrischer Körper ein Prisma Die beyden gleichlaufenden ebenen Flächen heissen die Grundflächen des Prisma; so wie die um die Grundflächen herum gestellte Parallelogramme die Seiten = Flächen des Prisma genennt werden.

Nach der Zahl der Seitenlinien, welche die beyden Grundflächen des Prismatis einschließen, erhalten die Prismata wieder besondere Namen.

Sind die Grundflächen eines Prisma dreyeckigt, oder ist jede der beyden Grundflächen, in drey Seiten eingeschlossen, so heißt es ein dreyeckigtes Prisma. Tab. N. Figur E.

Hat ein Prisma Vierecke zu Grundflächen, so heißt es ein viereckigtes Prisma; und sind die Grundflächen an demselben Parallelogrammen,

so heißt ein solches Prisma ein Parallelepipedum Tab. N. Figur D.

Sind die Grundflächen eines Prisma Fünf= Sechs= Sieben= Acht=Ecke u. s. w. oder ist jede derselben, in fünf, sechs, sieben, acht und mehr Seiten eingeschlossen, so nennt man ein solches Prisma fünf= sechs= sieben= achteckigt ꝛc.

Ein Cylinder, oder eine Walze hat zwey gleiche Kreise zu Grundflächen, aber nur eine Krummefläche zur Seitenfläche.

§. 7

Sind auf allen Seitenlinien, einer geradlinigten Figur Dreyecke so aufgestellt, daß sie mit ihren Spitzen sich alle in einem einzigen Punkte über der Figur, vereinigen; so heißt eine solche körperliche Figur, eine Pyramide.

Die ebene Figur heißt heißt die Grundfläche; so wie die Dreycke auf den Seitenlinien der Grundfläche, die Seitenflächen der Pyramide genennt werden.

Die Menge der Seiten an der Grundfläche der Pyramide giebt ihr den Namen.

Hat nemlich die Grundfläche einer Pyramide, nur drey Seiten; so heißt eine solche dreyeckigte Pyramide, ist die Grundfläche in vier Seiten eingeschlossen; so heißt man sie viereckigte Pyramide. Tab. N. Figur H.

Da die Grundfläche bey Figur H. Tab. N. in 6 Seiten eingeschlossen ist, so heißt sie eine sechseckigte Pyramide. —

Ist um den Umfang eines Kreises eine krumme Fläche so gestellt, daß sie sich in einem Punkte über dem Kreiß nach und nach zuspitzt; so heißt solch ein geometrischer Körper ein Kegel. Tab. N. Figur G.

Seine Grundfläche ist die Kreißfläche und seine Seitenfläche die um die Peripherie des Kreises gestellte krumme Fläche.

Man findet auch Pyramiden und Kegel, an welcher die Seitenflächen sich nicht bis an die oberste Spitze über der Grundfläche zuspitzen, sondern welche gegen die Spitze hin abgeschnitten sind — diese heißt man abgeschnittene Pyramiden und Kegel. Tab. N. Figur I. K.

§. 8.

Der körperliche Raum einer Kugel oder Sphäre ist in eine einzige krumme Fläche so eingeschlossen, daß alle Punkte in dieser krummen Fläche von einem einzigen Punkt innerhalb dieser Fläche gleichweit entfernet sind.

Die krumme Fläche heißt der Kugel Oberfläche. Der Punkt innerhalb der Kugelfläche von dem alle Punkte in der Oberfläche der Kugel gleichweit abstehen, heißt der Mittelpunkt der Kugel.

Alle gerade Linien aus dem Mittelpunkte der Kugel an Punkte in der Oberfläche derselben, sind sich gleich.

Jede von solchen geraden Linien, heißt ein Halbmesser der Kugel; so wie jede gerade Linie, die durch zween Punkte auf der Kugelfläche und auch zugleich durch den Mittelpunkt der Kugel gehet ein Durchmesser der Kugel genennet wird. AB Tab. N. Figur L. Die Ende des Durchmessers einer Kugel heißen die Pole. A. B. Figur C. Tab. N. zeigt eine gedruckte

te Kugel oder Sphaeroid. Wie diese von der Kugel verschieden sey, lehrt jeden der Augenschein.

§. 3.

Der ungleichseitigen, vieleckigten und vielflächigten Körper, giebt es unzählige, und von unterschiedenen Gestalten. Tab. M. Figur F. I.

Auch der von seinem Erfinder Archimedes genennte Körper Tab. M. Figur G. gehört zu den vielseitigen und ungleichflächigten Körpern, wenn immerhin die Seiten der Flächen an demselben alle einander gleich sind.

XI. Capitel.

Tab. O.

Vom Kegelschnitten.

§. 1.

Aus dem Kegel, er sey stumpf oder spitzig, entstehen fünf Schnitte, deren erstrer eine Pyramidal = der zweyte eine Cirkelfläche ist, die andre drey Schnitte geben die Elliptische, die Hyperbolische, und Parabolische Fläche. —

Wenn Figur A. ein Kegel aus seiner obersten Spitze durch den Mittelpunkt gegen der untersten Cirkelfläche mittelst der Linie b. c. entzwey geschnitten wird; so weisset jeder halbe Theil eine Pyramidalische Fläche.

Wenn Figur B ein Kegel mit seiner Grundfläche gleichlaufend an jeder beliebigen Stelle durchschnitten wird; so entstehen durch diesen Schnitt Cirkel Flächen. de. de.

Wird Figur C. ein Kegel dergestalt durchschnitten, daß der Schnitt schreg gegen die

Grundfläche und durch die Axe a b desselben gehet; so entstehet ein Ellipse, oder eine Fläche, welche in eine länglicht runde Linie eingeschlossen ist. c e d f.

Die eigentliche Gestalt der Ellipse von vorne angesehen zeigt Tab. C. Figur D.

Die Hyperbolische Fläche, entsteht, wenn ein Kegel, Figur C. dergestalt durchschnitten wird, daß die Axe, oder Mittellinie der Hyperbel l o. mit der Axe des Kegels a b. parallel lauft. k. l. m. Die Linie, welche diese Fläche einschließt, heißt die Hyperbolische Linie oder Hyperbel. Ihre eigentliche Gestalt zeigt Tab. C. Figur F.

Die Parabolische Fläche, entsteht, wenn ein Kegel C dergestalt durchschnitten wird, daß die Axe derselben h b. mit der Seite des Kegels a n. parallel läuft. g h i. Die Linie, welche diese Fläche einschließt, heißt, Parabel, oder Brennline.— Ihre eigentliche Gestalt zeigt Tab. C. Figur E.

§ 2.

Die Betrachtung der Ellipse, Parabel, und Hyperbel ist zwar ein Gegenstand für die höhre Geometrie, doch ist es für Personen die sich mit Erlernung der Elementar Geometrie beschäfftigen gewiß nicht ohne Nutzen, von diesen besagten Linien wenigstens nur eine historische Kenntniß zu haben, und zu wissen, was man sich vorzustellen habe, wenn man das Wort Ellipse, Parabel, Hyperbel, manchmal bey, im gemeinen Leben, vorkommenden Gesprächen, oder Vorträgen hört. — Vernimmt z. B. nicht der erste Anfänger der Astronomie, der noch lange nicht mit den Grundsätzen der höhern Geometrie eingeweyht ist, daß sich die Sonne in einer Elliptischen Linie um unsre Erde bewege? daß Cometen allemal in ihrem Laufe eine Elliptische Bahn beschreiben. Hört man nicht oft im gemeinen Leben etwas von einem Parabolischen Spiegel, wird nicht dem Anfänger in der Natur-Lehre wenigstens historisch gesagt, daß sich die geschossene oder geworfene und geschleuderte,

Kör-

Körper in Parabolischen oder Hyperbolischen Linien bewegen.

Wie vortheilhaft kommt es nicht dem Mechaniker, dem Instrumentenmacher, dem Uhrmacher zu statten, auch nur einige Kenntniß von diesen Linien zu haben. Daher wird es auch nicht versäumt werden weiter unten eine kurze Anleitung zu geben, wie diese Lienien construirt werden müssen.

II. Abschnitt.

Grundsätze oder Axiomen der Geometrie.

Tab. P.

a. Allgemeine.

I. **Wenn zwey Grössen einer dritten gleich sind; so sind sie unter einander gleich.**

Erläuterung. Die Linien A C. Figur I. sind der Linie AB. gleich; also sind alle Linien A C untereinander gleich.

Anmerkung. Da Grundsätze oder Axiomen solche Sätze sind, die, um begriffen zu werden, keines Beweises bedürfen, die auch an sich so klar und unwidersprechlich sind, daß sie keinem Widerspruch unterliegen, und sie der Schüler am Nordpol so gut zugeben muß, als der Schüler am Südpol, sobald beyde nur die Sprache verstehen, in welcher man sie ihnen vorträgt, und sie die Begriffe von den Wörtern haben, welche in ihr vorkom=

kommen; so brauchen sie bey dem Anfänger der Wissenschaft, höchstens eine Erläuterung, oder eines erläutrenden Beyspieles — aber keines Beweises.

II. Wenn man zu gleichen Grössen, gleiche Grössen hinzusetzet; so sind die durch Zusatz vermehrten Grössen einander gleich.

Beyspiel. Die Linien A C. sind unter einander gleich, setzt man hierzu die Linien D C. welche unter sich gleich sind; so werden die ganzen Linien AD. einander gleich seyn.

III. Wenn man von gleichen Grössen gleiches nimmt, so bleiben gleiche Reste übrig.

Bespiel. Die Linien A D. sind unter sich gleich. Man ziehe von diesen die gleichen Linien DC; so werden die übrigbleibenden Linien A C. einander gleich seyn.

IV. Wenn man zu ungleichen Grössen gleiche Grössen hinzusetzet; so sind auch die durch Zusatz vermehrte Grössen ungleich.

Bey-

Beyspiel. Die Linien D E sind unter einander ungleich. Man setze zu diesen die unter sich gleiche Linie A D; so werden die Linien A E unter einander gleich seyn.

V. Wenn man von ungleichen Grössen, gleiche Grössen weg nimmt; so sind auch die Reste ungleich.

Beyspiel. Die Linien E A. sind ungleich. Nimmt man von diesen die gleichen Linien A C. oder A D; so bleiben die ungleichen Linien F. D oder E C übrig.

VI Sind die ganzen Grössen gleich, so ist auch das Gedoppelte derselben gleich.

Beyspiel. Die Linen C F. in Figur 2. sind gedoppelt oder nochmal so groß, als die Linie A B. daher sind die gedoppelten Grössen C F unter einander gleich.

VII. Gleiche Ganze, geben gleiche Helften. u. s. w.

Beyspiel. Die Linien A C. sind die Helfte der Linien C F. Also sind die Linien A C. als die Helfte von C F. einander gleich.

VIII. Wie sich verhalten die ganzen Grössen, so verhalten sich die Theile, als die Helften, die Drittel, die Viertel ꝛc. der nemlichen Größen.

Das heißt, sind die Ganze groß, so sind auch ihre Theile verhältnißmäßig groß. Z. B. Eine Linie von 50 Schuhen giebt eine grössere Helfte, als eine Linie von 10 Schuhen, in Verhältniß der 50 Schuhe gegen die 10 Schuhe.

IX. Eine ganze Grösse ist grösser, denn eines seiner Theile.

Beyspiel. Die Linien C F. sind grösser als die Linien A C. oder A F. welches nur die Helften sind.

X. Ein Theil der ganzen Grösse, ist kleiner als die ganze Grösse.

Bey-

Beyspiel. C F. sind ganze Grössen. A C. sind Theile der Grössen. Also sind die Linien A C. kleiner denn die Linien C F.

b. Besondere.

Tab. Q,

I. Zwischen zwey Punkten kann nur eine gerade Linie seyn. Figur I.

Anmerkung Man kann es mit einem geradabgerichteten Lineal probiren, denn wenn man dasselbe an die beyde gegebene Punkte anlegt, da läßt sich nicht mehr als nur eine Linie ziehen. Die Ursache steckt hierinnen, daß eine gerade Linie nach immer einer Direktion gezogen wird, oder ihre Richtung von dem Punkte wo sie ausgeht, nach demjenigen wo sie hingehet, niemals abändert, oder ein jeder Theil, so klein er ist, seinem Ganzen ähnlich ist.

I. Folge. Also können zwey gerade Linien keinen Raum einschliessen; denn die gerade Linien, welche einen Raum einschliessen sollen, müssen

müssen in ihren äussersten Punkten zusammenstossen. Wenn nun z. B. in Figur 2. D F. und F C. einen Raum einschliessen sollen; so muß auch der Punkt F auf F, C auf C, und D auf D fallen, und also könnten zwischen den zweyen Punkten D und F. mehr als eine gerade Linie, nemlich die Linie C F. und D F. gezogen werden. Dieses ist aber falsch, folglich muß noch eine oder mehrere Linien dazu kommen.

II. Folge. Folglich müssen zwey Seiten in einem Triangel zusammengenommen grösser seyn, als die dritte. Man setze die Linien C D und E F. in Figur 2. wären zusammen genommen, nicht grösser, als die Linie C F. so würden ihre äusserste Punkte auf die Linie C D des Triangels fallen, sind sie aber nur ein wenig grösser; so fallen sie schon über C F hinaus und schliessen einen Raum ein.

III. Folge. Also ist der Weg von C nach F. in dem Dreyeck C D F. in der Linie C F. der kürzeste.

II. Grundsatz. Alle Radii eines Cirkels, sind einander gleich.

Anmerkung. Dieses folgt aus der Entstehung des Cirkels. denn weil in Figur 3. eine und die nemliche gerade Linie P E. sich um den festen Punkt P bewegt, diese aber zugleich der Radius des beschriebenen Cirkels ist; so müssen alle Radii eines Cirkels einander gleich seyn.

III. Grundsatz. Alle Bögen H I, welche aus der Spitze eines Winkels G, innerhalb ihrer Schenkel G H und G I beschrieben werden, haben eine gleiche Anzahl Grade.

Anmerkung. Ein jeder Cirkel, Figur 4. er mag so groß oder so klein seye, als er wolle, enthält 360 Grade — und bey Winklen siehet man nicht auf die Länge der Schenkel derselben, sondern auf die Die Schenkel-Weite, das heißt, auf die Zahl der Grade des Bogens zwischen den Schenkeln; daher haben alle die in der Figur angezeigte Bögen H I. eine gleiche Anzahl Grade.

Bayerische Staatsbibliothek München

Folge. Da man also die Grösse eines Winkels, nach der Zahl der Grade eines der Bögen H I. betrachtet; so gilt es gleich viel ob die Bögen H I. mit einem grossen oder kleinen Radio beschrieben, werden, — wenn man den Winkel messen will; daher werden auch alle Transporteure oder Winkelmesser gleiche Resultate angeben, wenn sie übrigens richtig eingetheilt sind. Inzwischen wird der mit einem grösseren Radio beschriebene Bogen mehr Vortheile beym Messen des Winkels gewähren, als der mit einem kleinern Halbmesser beschriebenen Bogen, weilen im ersten Falle die Grade weiter auseinander fallen, und man allenfalls noch Helften, viertel u. s. w. unterscheiden kann, im letztern hingegen die Grade sehr nahe zusammen kommen.

Hat bey Figur 5. der Winkel N O Q immerhin kürzere Schenkel, als der Winkel M K L; so sind doch beyde Winkel einander gleich. Denn bey beyden enthält der zwischen den Schenkeln befindliche Bogen, nicht mehr, aber auch nicht weniger denn 50°. 30′. —

IV. Grundsatz. Wenn gerade Linien, und Winkel einander decken, so sind sie gleich; und wenn sie gleich sind, decken sie einander.

Anmerkung. Gerade Linien werden, wenn sie einander decken, von Punkt zu Punkt, von dem ersten bis zu dem letzten einander decken. Und weil zwischen zween Punkten nur eine gerade Linie seyn kann; so decken also die geraden Linien einander, die zwischen einerley Punkten gezogen sind. Bey den Winkeln hat man nicht darauf zu sehen, wie groß oder wie lang die Schenkel sind, sondern man darf nur die Neigungslinie aufeinander legen, und betrachten ob die Schenkel welche den Winkel einschliessen aufeinander fallen.

Zur Deckung der geraden Linien, und der Winkel wird nur gleiche Grösse erfordert; denn für sich sind sie schon einander ähnlich.

V. Grundsatz. Figuren die einander decken, sind einander gleich und ähnlich, und die gleich und ähnlich sind, decken einander. Figuren die einander decken,

haben auch gleiche nemliche Seiten und Winkel.

Anmerkung. Gleiche Figuren decken einander nicht, wenn sie nicht zugleich einander ähnlich sind. Bey der Deckung der Figuren muß man auf ihre Seiten und Winkel achtung geben — das heißt, man muß gleich namige Seiten und Winkel auf einander legen, und sehen, ob sie einander decken. Z. B. Die bey dem Dreyeck TRS und VWX Figur 6. sind einander gleich und ähnlich. Um sich aber davon durch die Bedeckung zu überzeugen, muß der rechte Winkel R. des einen Dreyecks auf den rechten Winkel W. des andern, die Hypothenusa TS. auf die Hypothenusa VX. die beyden Catheten RT. und RS. auf die andern beyden Catheten XW, und VW gelegt werden. Fallen nun unter solchen Umständen die äusserste Punkte aufeinander; so deckt auch der ganze Umfang einander.

IV. Grundsatz. Wenn zwey, oder mehrere Linien oder Figuren auf einerley Art, erzeugt oder beschrieben werden, und dasjenige,

jenige woraus sie erzeugt, oder beschrieben worden, bederseits einander ähnlich ist; so sind die Figuren und Linien einander ähnlich.

Folge. Da nun alle Punkte einander ähnlich sind, keine gerade Linie anders entstehen kann als daß sich ein Punkt in unveränderter Bahn nach dem andern bewege; kein Dreyeck anders zu stande kömmt, als daß die Endpunkte der Schenkel eines Winkels durch eine dritte Linie vereinigt werden; auch ein jeder Cirkel erzeugt wird, wenn eine gerade Linie sich um einen festen Punkt bewegt; so müssen alle gerade Linien, alle Dreyecke, alle Cirkel und ihre Peripherien einander ähnlich seyn.

VII. Grundsatz. Wenn zwey Winkel einerley Maaß haben, sind sie einander gleich, und wenn sie gleich sind, haben sie einerley Maaß.

Anmerkung. Bey dem Winkeln kommt es auf nichts mehr, als auf die Weit der Schenkel an, (s. die Folge des III. Grundsatzes

satzes) und diese Weite ist vermöge des Cirkelbogens auch das Maaß des Winkels, folglich haben sie einerley Weite, — daher auch einerley Maaß, und sind also einander gleich, denn Gleichheit ist vorhanden, wo vollkommene Uebereinstimmung des Maaßes wahrzunehmen ist.

VIII. Grundsatz. Auf jede gerade Linie kann aus einem angenommenen Punkte ein halber Cirkel beschrieben werden.

Anmerkung. Das kann niemand leugnen, daß man aus einem angenommen Punkt einen Cirkelbogen beschreiben könne; vielleicht aber wird es nicht so leicht jemand gleich einsehen, warum es gerade ein halber Cirkel sey? Jedoch man bedenke, daß über der Linie Figur 7. a b, eben soviel Raum sey, als unter denselben, ist nun dieses; so muß der obere Bogen von d bis auf f, einen eben so grossen Umfang machen, als der untere Bogen d bis f. Wenn nun die beyden Bogen einen ganzen Cirkel ausmachen, und einer so groß ist, als der andere; so muß auch d e f. ein halber Cirkel seyn, wie ein unterhalb a b beschriebener Cirkel.

Folge. Wenn man aus dem Mittelpunkte c. eines halben Cirkels eine Perpendikularlinie ce aufrichtet; so sind die beyde neben einander liegende Winkel einander gleich. (gleiche Neben=Winkel in einem halben Cirkel, sind aber jederzeit rechte Winkel) Derowegen hat ein rechter Winkel, zu seinem Maaß einen Quadranten, das ist 90 Grade, und sind demnach alle rechte Winkel einander gleich. (denn es sind lauter Winkel von einerley Maaß) Ja ein Winkel der einem rechten Winkel gleich ist, ist ein rechter Winkel. Da nun ferner ein ganzer Cirkel vier Quadranten hat, — so ist er das Maaß von vier rechten Winklen.

XI. Zwey Bögen und Linien die auf einer Grundlinie stehen, können sich nicht mehr als in einem Punkte schneiden.

Anmerkung. Denn wo sie sich mehr, als in einem Punkte schneiden sollten, da müssen sie auch grösser oder kleiner werden.

Folge. So müssen also gleiche Linien sich in einerley Punkt schneiden, und in einem Punkte zusamen fallen.

III. Abschnitt.

Heische Sätze, oder Postulate.

Tab. R.

1) Durch jede zwey gegebene Punkte, eine gerade Linie zu ziehen, und solche nach Gefallen zu verlängern. Figur 1

Die gegebene Punkte seyen A E. Man setze das Lineal hart an die gegebene Punkte, und ziehe mit der Feder oder jeden andern tauglichen Werkzeuge B. nach der Länge des Lineals C D. die gerade Linie A E.

Man lege am Ende der Linie AB. Figur 2. das Lineal gegen C. und verlängere die Line a b von b nach c; so ist die Linie gehörig verlängert.

2) Aus einem gegebenen Punkt a mit einer gegebenen Weite a b, einen Cirkel zu reissen.

In

In den Punkt a setze man den einen Fuß des Cirkels, und dehne den andern bis nach b aus, mit dieser Cirkelöffnung beschreibe man dem Cirkel b d e. so ist der Forderung Genüge geleistet.

3) Aus zwey gegebenen Punkten zwey gleiche Bögen nach Gefallen aufzureissen, so sich ins Kreutz duchschneiden.

Sind in Figur 3 die gegebene Punkte a und b; so eröffne man den Cirkel nach Gefallen, und setze den einen Fuß in den Punkt a — beschreibe mit dem andern, den Bogen e f. Lasse den Cirkel in unverrückter Weite, und setze einen Fuß in den Punkt b, beschreibe sohin mit dem andern den Bogen c d; so werden sich diese zween Bögen in dem Durchschnittspunkt g. durchschneiden.

4) Eine Linie zu machen, die gleichlang sey mit einer vorgegebenen Linie.

Wäre die in Figur 4. gegebene Linie a b; so ziehe man nach Gefallen eine gerade Linie

c d.

c d fasse in den Cirkel das Maaß der Linie c d, und lasse denselben unverrückt, setze die eine Cirkelspitze in c. und mache mit der andern einen kleinen Bogen f e; so schneidet solche die Linie c d in g ab, und c g ist die der Linie ab gleich gemachte Linie.

IV Abschnitt.

Mathematische Zeichnungskunst.

I. Capitel.

Construktion senkrecht aufeinander befindlicher geraden, oder Perpendikular-Linien.

Tab. I. Figur 1.

Erste Aufgabe. Aus der Mitte c einer gegebenen geraden Linie a b. eine Perpendikular-Linie c d zu errichten.

Auf-

Auflösung. Setze den einen Cirkelfuß in a, mit dem andern über die Weite a c eröffneten Fuße mache oberhalb und unterhalb a b, bey d und e einen kleinen Bogen; lasse den Cirkel in der angenommenen Weite, und wiederhole nemliches Geschäfft aus dem Punkten b; so werden sich die gemachte Bögen in d und e oberhalb und unterhalb der Linien a b schneiden, und wird, wenn der Punkt d und e durch eine gerade Linie zusammengezogen worden, die Linie d c die verlangte auf der Mitte von a b errichtete Perpendikular-Linie seyn.

Figur 2. Mittelst eines Winkelhackens läßt sich der Aufgabe dadurch Genüge leisten, daß man denselben bey c auf der Linie a b genau ansetzt, worauf sich durch die Seite c d die verlangte Perpendikular-Linie von selbst ergiebet.

Figur 3. Hat man statt des Winkelhackens ein hölzernes Dreyeck; so verfährt man damit wie kaum erinnert mit dem Winkelhacken, und der Aufgabe ist abermal Genüge geschehen.

Figur

Figur 4. Ist auf ein gut abgerichtetes Reiß-brett ein Bogen aufgespannt, und paßt auch das Kopf- und Anschlags-Lineal genau zu solchen Brette; so schlage man das Lineal an der untern Kante des Brettes so an, daß die eine oder andere Schärfe des Lineals an c stosse. und ziehe sodann aus c eine Linie; so hat man abermal das begehrte erfüllet.

Tab. I. Figur 5.

II. Aufgabe. Unterhalb einer geraden Linie a b aus deren Mitte e eine Perpendikular-Linie zu fällen.

Auflößung. Man eröffne den Cirkel beliebig, doch über a e, oder b e. setze den einen Fuß in a, und mache unterhalb a b einen Bogen bey c. lasse den Cirkel in der angenommenen Weite, setze den einen Cirkelfuß in b, und mache wiederum unterhalb einen Bogen; so werden sich diese beyd Bögen in c durchschneiden. Nun mehro eröffne man den Cirkel noch weiter, daß er etwa die ganze Linie a b fasse; setze den einen Cirkelfuß in a, und mache

mache unterhalb a b einen Bogen bey d, mit nemlicher Weite des Cirkels aus b, auch bey d einen zweyten Bogen; so werden sich selbige in d durchkreuzen. Durch diese beeden Durchschnittspunkte e und d, ziehe man nun die Linie e d, welche die verlangte Perpendikular-Linie ist.

Anmerkung. Nach dieser Aufgabe mag auf einer gegebenen geraden Linie, so am untern Rande des Papieres stehet, eine Perpendikular-Linie auch erhöhet werden.

Tab. II. Figur 7.

III. Aufgabe. Aus einem gegebenen Punkt e, der sich beynahe am Ende einer gegebenen geraden Linie a b befindet, eine Perpendikular-Linie zu errichten.

Auflößung. Aus dem Punkte e werde mit einem beliebigen Radio ein Bogen d f g gezogen. Mit unverrückter Cirkelweite trage man aus d den gewählten Radius in f, und von f nach g. Nun reiße man aus den beyden Punkten

ten f und g mit einer beliebigen Weite zwey gleiche Bögen, welch sich in c durchschneiden. Diesen Durschnittspunkt c und den Punkt e ziehe man durch eine gerade Linie zusammen; so ist die Linie c e die verlangte Perpendikular-Linie.

Tab. II. Figur 8.

IV. Aufgabe. Ganz am Ende einer gegebenen graden Linie a b eine Perpendikular-Linie zu errichten.

Auflößung. Man wähle über der Linie a b einen Punkt c, setze in selbigen die eine Cirkelspitze, die andere lasse man bis a reichen, und mache den Bogen d a e, welcher die Linie a b in d durchschneidet, und bey a gerade berührt. Lege nun mehro das Lineal an den Punkt d und c an, und ziehe die verlängerte Linie d c e, so wird sie den Bogen d a e in e schneiden. Man ziehe nun mehro den Punkt a und e durch eine gerade Linie bis nach f zusammen; so ist a f die ganz am Ende der geraden Linie a b errichtete Perpendikulare.

Tab. II. Figur 9.

V. Aufgabe. Auf eine andere Art ganz am Ende einer gegebenen Linie a b eine Perpendikular-Linie zu errichten.

Auflößung. Man wähle auf der Linie a b eine Länge a d, fasse solche in den Cirkel, und reisse mit unverrückter Cirkel Weite aus a und d oberhalb a d zwey Bogen, welche sich in c durchschneiden, hänge den Punkt d und c. durch eine Linie zusammen, verlängere aber solche nach f, und gebe der verlängerten Linie c f die Weite c d. ziehe nunmehro die Punkte a und f zusammen; so ist aus a abermalen eine Perpendikulare errichtet.

Tab. II. Figur 10.

VI. Aufgabe. Auf noch andere Art ganz am Ende einer gegebenen Linie eine Perpendikular-Linie zu errichten.

Auflößung. Man trage von a nach b drey beliebige Theile, fasse nun 4 solche Theile

in den Cirkel, und trage sie von a nach c. Weiter nehme man 5 solcher Theile, und trage sie von b nach c so werden sich die Linien a c und b c über a b in c schneiden; zieht man nun mehro die Punkte a c. durch eine Linie zusammen, so hat man abermal eine Perpendikular-Linie, am Ende einer gegebenen geraden Linie.

Tab. II. Figur 11.

VII. Aufgabe. Aus einem gegebenen Punkte c, auf eine gegebene Linie a b eine Perpendikular-Linie zu fällen.

Auflößung. Aus dem Punkte c reisse man auf die Line a b einen grossen Bogen d e; beschreibe aus den Durchschnittspunkten d e mit einer beliebigen Cirkelweite zwey Bögen unterhalb a b, welche sich in f durchkreutzen. Vereinige nun den Punkt f und den Punkt c durch eine gerade Linie; so ist c g die aus c auf a b gefällte Perpendikular-Linie.

oder

Man setze den einen Cirkelfuß auf der gegebenen Linie a b nach Belieben in einen Punkt

reiche mit dem andern Fuß bis in den gegebenen Punkte c, und beschreibe mit dieser Cirkelweite oben und unten zwey Cirkelbögen. Deren Durchschnittspunkte hänge man zusammen, so hat man auch das verlangte erfüllet.

Tab. II. Figur 12.

VIII. Aufgabe. Bey nahe am Ende einer gegebenen geraden Linie a b eine Perpendikular-Linie auf selbige zu fällen.

Auflößung. Auf der gegebenen Linie a b setze man einen Cirkelfuß in einen näheren Punkt gegen den gegebenen, als in d, lasse den andern Fuß bis zu dem gegebenen Punkt c reichen. Mit dieser Weite beschreibe man ober- und unterhalb a b. zwey Bogen, welch die aus a gerissene Bögen in c und f durchschneiden; ziehe diese beeden Punkte c f zusammen, so ist g c die verlangte bey nahe am Ende der Linie a b gefällte Perpendikular-Linie.

Anmerkung. Alle diese Aufgaben lassen sich ebenfalls durch einen Winkelhacken oder ein rechtwincklichtes Dreyeck; so man de-

ren eines bey Handen hat, nach der bey Tab. I. Figur 2. und Figur 3. gezeigten Art auflösen. Nur kommt es dabey vorzüglich darauf an, daß man sich der Richtigkeit seines Instruments versichert halten könne.

Tab. III. Figur 13.

IX. Aufgabe. Einen Winkelhacken zu probiren ob er richtig ist.

Auflößung. Ueber der Linie a b errichte man einen halben Cirkel a c. ziehe von a und b nach einem beliebigen, in der Peripherie angenommenen Punkte c die Linien a c und b c; lege nun den Winkelhacken an diese gezogene Linien, und sehe zu, ob die Schenkel desselben genau an diese Linien anpassen, — ist dieses, so ist der Winkelhacken richtig

---

V. Capitel.

Verlängerung und Theilung gerader Linien; Construktion der Parallellinien, Verfertigung der Linien-Theiler.

Tab. III. Figur 15.

I. Aufgabe. Zwey von einander entfernete Punkte a b. welche mit einem kurzen Lineale nicht zu erreichen sind, zusammen zuhängen.

Auflößung. Aus den zwey gegebenen Punkten a b mache man nach Gutdüncken über die Helfte ihrer Weite zwey gleiche Bögen, welche sich bey c und d. ins Kreutz schneiden werden. Aus diesen zwey beschriebenen Durchschnitts-Punkten c und d beschreibe man oben und unten zween gebührliche gleiche Bögen, welche sich in e und f durchschneiden werden. Nun werde eine gerade Linie durch den durchschnittspunkt e und f. und zu den gegebenen a und b gezogen; so werden mit einen kurzen

Lineale die zwey weit von einander gelegene Punkte zusammen gezogen worden seyn.

Tab. III. Figur 14.

II. Aufgabe. Eine gegebene gerade Linie a b, in Zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflößung. Setze den einen Cirkelfuß in den Punkt a, eröffne den Cirkel über die Hälfte der gegebenen Linie, nnd reisse den Bogen g h; behalte diese Weite, setze den Cirkel in b, und reisse mit derselben den Bogen e d; so werden sich die zwey gerissene Bögen in c und d. durchkreutzen. Diese Durchschnittspunkte hänge man durch eine gerade Linie zusammen, so wird solche die vorgegebene Linie a b in k durchschneiden, und dadurch dieselbe in zwey gleiche Theile getheilt seyn.

Tab. IV. Figur 16.

III. Aufgabe. Eine sehr lange Linie a b eren Helfte mit dem Cirkel nicht zu

er-

erreichen, in zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflößung. Aus den beyden Endpunkten der zu theilenden Line a b. schneide man zwey gleiche Stücke a c und b d ab. Nun setze man den Cirkel in c, und beschreibe den Bogen g e, sohin aus d den Bogen f h. diese beyden Bögen werden sich in i und k durchschneiden. Man vereinige diese beyden Durchschnittspunkte durch die Linie i k; so wird dadurch die Linie a b bey b in zwey gleiche Theile getheilt seyn.

Tab. IV. Figur 17.

IV. Aufgabe. Eine vorgegebene Linie a b in drey gleiche Theile zu Theilen.

Auflößung. Man setze den Cirkel in a, und öffne ihn bis über die Helfte der Linie a b, mit dieser Cirkelweite beschreibe man aus a und b oben und unten die Durchschnittsbögen c und d. ziehe von a und b nach c gerade Linien a c

b c diese theile man durch die Durchschnitts-Bogen g h und k i bey e und f. in zwey gleiche Theile. Von diesen beyden Theilungspunkten e und f ziehe man nach dem untern Punkte d die Linien e d; und f d. so werden solche die Linie a b in l und m. durchschneiden, und dadurch die Linie a b in drey gleiche Theile getheilt seyn.

Tab. IV. Figur 18.

V. Aufgabe. Mit einem kurzen Lineale eine kurze Linie a b auf eine unbestimmte Weite zu verlängern.

Auflößung. Aus dem Punkte a schreibe man nach Gefallen einen weiten Bogen c e d. Aus dem Punkte e mache man nach Gefallen die Theile e c gleich dem Theile e d. Aus dem Punkte c und d beschreibe man in einer Weite, etwa wie a c, zwey gleiche Cirkelbögen, welche sich in i durchkreuzen, und verlängere die Linie a b, bis zum Durchschnittspunkte i. Nun setze man den Cirkel in b, und beschreibe

den Bogen g h, diesen schneide man aus f in h und g gleich ab — aus h und g beschreibe man die Durchschnitts-Bögen k, und ziehe nunmehro die Punkte i und k zusammen. Wiederholt man nun diese Manipulation noch öfters, so wird sich die Linie a b auch mit einem kurzen Lineale, so weit als man nur immer will, verlängern lassen.

Anmerkung. Diese Aufgabe kann von Nutzen seyn, in der praktischen Geometrie, wo man auf dem Felde oft nur mit einem kurzen Lineale versehen ist, und doch lange Linien ziehen soll.

Tab. IV. Figur 19. K.118. 137.

VI. Aufgabe. Mit einer gegebenen Linie b c aus einem gegebenen Punkt a, eine Parallellinie zu ziehen.

Auflösung. Man setze den einen Cirkelfuß in a, und dehne den andern bis d aus, als wo selbst der beschriebene Bogen die Linie b c berührt. Man behalte die Cirkelweite a d, und

setze den Cirkel in e, mache aus diesem Punkt den Bogen f. Durch den gegebenen Punkt a und den äussersten Rand des Bogens f ziehe man die gerade Linie a f, und verlängere solche nach vorne g, und hinten h zu, so ist die Linie g a f h mit a b gleichlaufend gezogen.

Tab. V. Figur. 20.

Zweyte Art, mit einer gegebenen Linie a b eine andere Linie, in einer bestimmten Weite gleichlaufend oder parallel zu ziehen.

Aus dem über der Linie a b gegebenen Punkt f, als welche die Weite der Parallellinie bestimmt, ziehe man die schrege Linie f e, und mache den Winkel f e g gleich dem Winkel k f i. Durch die zwey Punkte k f ziehe man die vor und hinterwärts verlängerte Linie c k f d, so wird auch diese mit a b genau gleichlaufend seyn.

Tab. V. Figur 21.

Dritte Art, mit einer gegebenen Linie a b in einer gegebenen Entfernung eine Parallellinie zu ziehen.

Von e, als dem gegebenen Punkt für die Weite der Parallellinien, ziehe man nach h die Linie e h, und theile solche bey i. in zwey gleiche Theile. Durch diesen Punkt i, und einen in der Linie a b angenommenen Punkt f, ziehe man die Linie i f, und verlängere solche gegen g. Mache i g gerade so lang, als i f. und ziehe die Linie g e, welche nach c und d hin verlängert, die in verlangter Weite, mit a b gezogene Parallellinie seyn wird.

Tab. V. Figur 22.

Vierte Art mit einer gegebenen Linie a b in einer gegebenen Weite, eine Parallellinie zu ziehen.

Die Weite der Parallellinie bestimme der Punkt c. Man ziehe von c nach f auf a b

eine schrege Linie, und beschreibe aus f den Bogen n e. Wähle sich auf a b auch einen Punkt h, und trage aus diesem den Winkel e f n auf die Linie a b, schneide die Linie g h mit der Weite der Linie e f ab; so ergiebt sich der Punkt g. Nun ziehe man g und e zusammen, und verlängere diese Linie auch nach c und d, so ist abermal mit der vorgegebenen Linie in der bestimmten Weite eine Parallele gezogen.

Tab. V. Figur 23.

Fünfte Art, mit einer gegebenen Linie a b in einer gegebenen Weite e oder g eine andere gerade Linie parallel zu ziehen.

Auf die Linie a b fälle man aus dem Punkte e oder g die Perpendikulare e f, und aus h errichte man die senkrechte Linie h g, diese mache man der Linie e f gleich. Ziehe durch e und g eine gerade Linie, welche nach c und d verlängert wiederum mit a b gleichlaufend seyn wird.

Tab.

Tab. VI. Figur 24.

Sechste Art, mit einer gegebenen Linie a b eine andere gleichlaufende Linie zu ziehen.

Dieses geschiehet wie die Figur zeiget mittelst des Parallellineals, welches man mit der obern oder untern Kante, der untern Schiene an die gegebene Linie ansetzt, sohin die obere Scheine so weit ausdehnt, bis sie den gegebenen Punkt c oder d erreicht, oder sich ausdehnen läßt. Bey

Tab. VI. Figur 25.

Ist gezeigt, wie mit einer gegebenen Linie a b eine Parallellinie c d, mittelst eines Branderischen Parallellineals von ganz neuer und besonderer Erfindung in der Gestalt eines Parallelogramms, von ungefähr 8 Zoll lang und 2 Zoll breit, gezogen werden könne.

1. Anmerkung. Seine Einrichtung ist diese: daß es aus einem gewöhnlichen Lineale

8 Zoll lang von Eben- oder anderm guten Holze besteht. Auf der Fläche desselben liegt ein Cylinder von zwey Linien Dicke von Messing, an dessen Axe, in 6 Zoll grosser Entfernung, zwey Räder von Messing oder Elfenbein, mit fein gerieften Peripherien versehen, angebracht und um sie beweglich sind. Diese Räder gehen um 1/4 Linie durch das Lineal, oder treten um so viel vor.

Legt man das Lineal an eine gerade Linie, wie in der Figur angezeigt ist, ergreift den Cylinder in der Mitte, und hebt die Schärfe des Lineals; so kann man vermöge der gleich hohen Räder, dies ganze Werkzeug auf dem Papiere vor sich herschieben, bis die Schärfe an denjenigen Punkt kommt, durch welchen man die Linie parallel zu ziehen hat. Gleichförmigkeit der Riefen an der Peripherie, einerley Höhe der Räder, und die sanfte Bewegung derselben, sind das vorzüglichste an diesem Instrumente.

Es kann in jeder Lage gebraucht werden, und verkürzt die Arbeit ungemein.

2. Anmerkung. Dieses Lineal, wenn es einmal an einer Linie angesetzt, und vor oder hinter-

hinterwärts geschoben wird, machet ins unendliche die aller genauesten und richtigsten Parallellen mit derselben, so wie es einmal angesetzt worden, so schiebt es sich beständig in senkrechter Linie fort, und kann sich nicht von derselben abwenden. Hält man einen Bleystift an die Schärfe des Lineals, und schiebt solches zugleich mit dem Lineal fort, so macht solches die vollkommenste Perpendikular-Linie. Denn bey diesem Parallellineal verschieben sich die Parallelen nicht, wie bey den sonst gewöhnlichen, die mit Bändern versehen sind, oder die mit Triangeln gemacht werden. Es ist dabey noch ein anderer Vortheil zu erwarten, daß sich auch die Entfernung der Parallellen nach einem gegebenen Maaße sogleich bestimmen lassen, ohne vorhero eine Eintheilung auf den Riß gemacht zu haben.

S. Branders kurze Beschreibung eines Systems von Maaßstäben zu Zeichnungen ꝛc. Augsburg, 1772. p. 30.

Tab. VI. Figur 26.

Hahn, pag. 70.

Siebende Art, mit einer gegebenen Linie a b, in einer gebenen Weite c oder d, mittelst

telst

telst eines gewöhnlichen Lineals, und rechtwinklichten, Dreyecks oder einem Parallschieber eine gleichlaufende Linie zu ziehen.

Man lege das rechtwinklichte Dreyeck c b n und das Lineal m n an einander, und an die Linie a b dergestalt an, daß des Dreyecks rechter Winkel mit dem einen Rand e f gerade auf die Linie a b fallet. Hernach halte man das Lineal m n fest, und schiebe das Dreyeck so lange aufwärts, bis der Rand e f an den Punkt c lieget, so kann man die Linie c e f ziehen, und solche nach d verlängeren; so ist c d mit a b gleichlaufend gezogen.

1. Anmerkung. Wäre der Punkt, wie weit die Parallellinien von einander entfernt seyn sollen, unterwärts der gegebenen Linie a b bestimmt worden; so wird sich jeder, der diese vorgegebene Aufgabe richtig aufzulösen sich hat angelegen seyn lassen, bey wenigen Nachdenken, auch in dem vorgelegten Falle zu helfen wissen.

2. Anmerkung. Das Verfahren mit den Dreyecken oder mit Parallelschiebern, ist

von wesentlichen Vortheilen, und hat wirkliche Vorzüge vor dem mit den gewöhnlichen Parallellineal. Denn einmal sind sie leichter anzuschaffen, als die Parallellineale, zweytens hat man dabey zugleich ein Instrument um Perpendikular = Linien zuerrichten oder zu fällen, drittens sind sie der Schadhaftigkeit weniger unterworfen, auch falls das Dreyeck oder das dazu gehörige Lineal schadhaft werden sollte, leichter zu reparieren als die Parallellineale; und in dem Gebrauche wirklich zuverlässiger, als jene, daher sie auch bey keinem mathematischen Besteckt vergessen seyn sollten, wogegen aber die Parallellineale wegbleiben können.

Tab. VII. Figur 27.

VII. Aufgabe. Aus einem Punkte a einer gegebenen Linie bc, welche soweit entfernet ist, daß sie mit einer Eröfnung des Cirkels nicht erreicht werden kann, eine andere mit ihr gleichlaufende Linie zu ziehen.

Auf-

Auflößung. Man ziehe nach einer bey der vorhergehenden fünften Aufgabe angegebenen Art zwischen der Linie b c und dem Punkte a eine zwischen Parallele d e, und mit dieser von a, die Linie a f, so ist der Aufgabe Genüge geleistet.

Tab. VII. Figur 28. und 29.

VIII. Aufgabe. Drey oder mehrere parallele Peripherien oder Cirkellinien, oder nur Cirkelbögen zu ziehen.

Auflößung. Aus dem Mittelpunkte a als einem Centro, ziehe entweder die Cirkellinien b e, f c, d g, oder die Cirkelbögen b e, d e, f g, so hat man im erstern Falle drey parallele Cirkellinien, im zweyten Falle drey gleichlaufende Cirkelbögen.

Tab. VII. Figur 30.

IX. Aufgabe. Eine vorgegebene gerade Linie a b in verlangte gleiche Theile zu theilen.

Auf-

Auflößung. Aus dem Ende a werde in ungefährer Länge eine gerade Linie a c gezogen. Dem Winkel b a c mache man gleich den Winkel a b d, und die gerade Linie b d gleichlang der Linie a c. Mit einer selbst gewählten Cirkelweite trage man die Theile 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. von a nach f auf die Linie a c, und so auch von b nach d, auf die Linie b d, ziehe die Punkte 1. 6; 2. 5; 3. 4; 4. 3; 5. 2, 6. 1; 7. 6. durch blinde Linien zusammen. Die Durchschnittspunkte auf der Linie a b werden solche ebenfalls in 7 gleiche Theile getheilt haben.

Tab. VIII. Figur 31.

X. Aufgabe. Mehrere gegebene Linien a b c d mit einem Handgriff auf einmal in verlangte gleiche Theile zu theilen.

Auflößung. Man ziehe nach Gefallen eine gerade Linie e f, welche doch länger sey, als die längste der gegebenen Linien. Trage darauf

rauf die verlangte Theile, hier 10 — und bemerke sie sogleich mit ihren Zahlen. Mit einem Cirkel fasse man diese Linie e f, und beschreibe mit solcher Cirkelweite aus e und f über derselben zwey Bögen, welche sich in g schneiden, sohin ziehe man aus e, 1. 2. 3. 4. u. s. w. die Linien e g, 1. g, 2. g, endlich f g. Nun mehro fasse man mit einem Cirkel die Länge der Linie a, trage solche aus dem Punkt g auf der Linie e g in m, und auf der Linie g f in n; und ziehe in dem Dreyecke die Linie m n; so ist a auf einmal in 10 gleiche Theile getheilt, eben so trage man die Linie b aus g in o und p. so bekommt man die Linie o p die ebenfalls sogleich in 10 richtig gleiche Theile getheilt ist. Wiederholt man die nemliche Arbeit mit der Linie c und d, so werden auch diese auf einmal in 10 gleiche Theile getheilt seyn.

Anmerkung. Ein jeder sieht wohl bey dieser Figur mit wenigen Nachdenken ihre Nützlichkeit von selbst ein, in dem sie in einem Falle, wo mehrere Linien von verschiedener Länge in gleiche Theile zu theilen sind

sind, sehr viel Zeit und Mühe erspahrt; besonders wenn Theile von ungleichen Zahlen wie 7. 9. 11. u. s. w. erforderlich sind, und kann sie besonders Schreinern, Maurern, Zimmerleuten u. a. m. bald bey Verfertigung verschiedener Arbeiten im Grossen, bald bey Ausarbeitung verschiedener Risse, wo mehrere Linien von verschiedener Länge, die aber gleiche Eintheilung haben sollen, vorhanden sind, sehr nützlich und Zeit schonend werden. Es würde dahero keine vergebene Arbeit seyn, sich dergleichen Linien-Theiler von verschiedener Grösse zu verfertigen.

Tab. IX. Figur 34.

Andere Art einen Linien - Theiler zu verfertigen.

Man verfertige sich ein Oblongum abdc theile die Höhe desselben in so viele Theile als beliebt, und ziehe mit der Grundlinie Parallellinien bey 11. 10. 9. u. s. w. Soll nun eine Linie z. B. ae, af, ag, ah, ai, ak, in 5. 7. 9. 10. 11. 12. Theile getheilt werden; so setze man, nach dem die gegebenen Linien

in den Cirkel sind gefaßt worden, in a ein, und schneide mit dem andern Cirkelfuß auf der Linie 5. 7. 9. 10. 11. 12; so sind die gegebene Linien in die verlangte Theile getheilt.

Anmerkung. Daß auch das Dreyeck, Tab. VIII. Figur 33 die nemliche Dienste leiste, wird niemand schwerfallen einzusehen, oder zu begreifen.

Tab. VIII. Figur 32.

XI. Aufgabe. Eine vorgegebene gerade Linie a b in mehrere verlangte gleiche Theile einzutheilen.

Auflößung. Mit der gegebenen Linie a b ziehe man eine ander a c unter einen beliebigen Winkel, und von beliebiger Länge. Hier ist der Winkel b a c gewählt worden. Auf diese trage man die verlangten Theile, deren 11 verlangt werden, mit einer beliebigen Cirkelweite aus a bis nach d, ziehe, wenn dieses verrichtet, die beyden Endpunkte der Linie a b und b c. durch c b zusammen; mit dieser gezogenen Linie c b

ziehe

ziehe man sohin aus den Punkten n, m, l, k, u. s. w. lauter Parallellinien, welche auf die gegebene Linie a b, in den Punkten 10, 9, 8, 7, 6, ꝛc. fallen, und lauter gleiche Theile abschneiden werden.

Tab. IX. Figur 34.*

XII. Aufgabe. Mehrere vorgegebene gerade Linien a b c d. nach dem Verhältnisse einzutheilen, nach welchem eine andere f f eingetheilt worden.

Auflößung. Ueber der eingetheilten Linie f f errichte man einen gleichschenklichten Triangel f n f, dessen Bögen sich in n schneiden. Aus n trage man beyderseits auf die Linien n f die Länge der Linie a b c d. ꝛc. und ziehe aa, bb, cc, dd, so sind diese vorgegebene Linien alle nach dem Verhältnisse gleichsam in einem Zug getheilt, wie die erste Linie f f.

Anmerkung. Ganz richtig sagt Wolff in seiner Geometrie bey dieser Aufgabe, daß sie ihren grossen Nutzen in der Baukunst

und Fortifikation habe, sonderlich wenn man einen vorgegebenen Riß nach Belieben vergrössern oder verkleinern soll.

Tab. IX. Figur 35.

XIII. Aufgabe. Eine gerade Linie a b noch auf eine andere Art so zu theilen, daß das erste Stück noch einmal so lang sey, als das zweyte, ferner, daß das dritte Stück nur zwey Theile enthalte, wovon in dem zweyten, in allem drey enthalten sind.

Auflößung. Aus dem Punkt a ziehe eine gerade Linie a h, so lang als a b ist. Aus eben dem Punke a werde unter einer willkührlichen Neigung eine andere a d von willkührlicher Länge, doch eher etwas zu lang als zu kurz gezogen. Nehme wieder ein etwas kleines Stück von a b, und trage solches 6mal von a nach c auf a d, reicht bis e; aus e trage ferner eben dieses Stück dreymal bis f, endlich von f bis g zweymal, ziehe die Linie g h, und mit dieser

durch

durch die Punkte i und k. die Parallellinien f i, e k nach obiger Anweisung; so wird dadurch die Linie a b oder a h in den Punkten e und f eben so getheilt seyn, wie die Linie a g ist getheilt worden.

III. Capitel.

Verfertigung verjüngter Maaßstäbe.

Ein verjüngter Maaßstab, ist nichts anders, als ein Maaßstab, durch welchen sich die gewöhnlichen Längen-Maaße im Kleinen vorstellen lassen. Ein solcher Maaßstab wird daher auch ein verjüngter Maaßstab genennt, weil man in der ausübenden Geometrie durch das Wort verjüngen nichts anderes versteht, als eine kleine Linie oder Figur einer grössern Linie oder Figur ähnlich machen.

Einen verjüngten Maaßstab zeichnen, oder construiren, heißt aber weiter nichts,

als eine gerade Linie in eine Menge gleicher Theile theilen, wovon ein jeder wieder seine bestimmte Anzahl gleicher Theile hat.

Durch solche Eintheilung einer geraden Linie erhält man den Vortheil, daß man bey jeder Gelegenheit im Stande ist:

Erstens, einen, oder etliche kleine Theile allein;

Zweytens, einen, oder etliche kleine, und noch einen, oder etliche grosse Theile dazu;

Drittens, nur einen, oder etliche grosse Theile mit dem Cirkel abzunehmen.

Folgende drey Arten verjüngter Maaßstäbe, werden deutlich lehren, daß, ob sie gleich verschieden zu seyn scheinen, sie doch weiter nichts sind, als eine gerade Linie, die man in eben so viel gleiche Theile getheilt hat, als kaum vorher gesagt worden ist.

Tab. X. Figur 36.

I. Aufgabe. Einen verjüngten Maaßstab zu zeichnen.

Auf-

Auflösung. Auf eine gerade Linie a b, trage man ein beliebiges Stück a e nach b so oft, als beliebt, oder man kann, hier ist das Stück a e 6mal auf a b, und zwar von a nach b, in den Punkten i, e, f, g, h, b. getragen worden. Das Stück a i. ist nun aufs neue, nach den oben gegebenen Anleitungen, z. B. mittelst des Vortheils der bey Tab. VIII. Figur 31. (Zehnte Aufgabe des vorhergehenden Capitels) gewiesen worden, in 10 gleiche Theile zu theilen, so ist der Maaßstab fertig.

Damit er nun vollständiger aussehe, kann man bey a und b. kleine Perpendikular Linien errichten, und die Linie c b ziehen, so denn bey den Theilen 1. 2. 3. 4. 5. u. s. w. wie bey i, e, f, g, h, mit solchen gleichlaufenden Linien ziehen, so hat man auch diesem Verlangen Genüge geleistet.

Der erste Theil der Linie a b nemlich a i, ist nun in 10 gleiche Theile getheilt, und die übrigen Theile i e; e f; g h; und h b. da sie die akkurate Länge von a i haben, oder a i ganz gleich sind, können angenommen werden,

 als

als wären sie auch in 10 Theile getheilt, daher auch bey e, f, g, h, und b. 10. 20. 30. 40. 50 gesetzt ist.

Nun ist man in Stand gesetzt, grosse und kleine Theile auf diesem Maaßstab mit dem Cirkel zu nehmen, je nachdem man solche zu fassen nöthig hat.

Sollten also z. B. auf diesem nun verfertigten Maaßstabe 13, 27, 33, 48, und 54 Theile zu nehmen seyn; so setze man den einen Cirkelfuß in 10, und lasse die andere Cirkelspitze bis in 3 auf dem getheilten Stück a i reichen; so enthält die Cirkelweite 13. oder man setze die eine Cirkelspitze in 20, lasse die andere bis 7. auf der Theilung a i reichen, so hat man von diesem Maaßstabe eine Länge von 27 abgenommen; eben so verfahre man bey der Forderung 33. 48. und 54 Theile auf diesem Maaßstab zu nehmen.

Tab. X. Figur 38.

II. Aufgabe. Zweyte Art, einen verjüngten Maaßstab zu zeichnen.

Auf-

Auflößung. Es sey Tab. X. Figur 38. der Theil b f der Linie b d wiederum in 10 Theile zu theilen, so erreicht man vorerst in den Punkten b und d Perpendikularen von gebührlicher Höhe, wie a b; c d; und ziehe die Linie a c. auch errichte man aus f; h; k; m; o; nemliche Perpendikularen, weilen f h; h k; k m; m o; und o d, alle gleich b f, also alle einander gleich sind; so ergeben sich auf der Linie a c, die Punkte e, g, i, l, n, Nun theile man die Linie b a und c d in fünf gleiche Theile, und ziehe die Theilungspunkte zusammen; so ist a b; c d; durch vier zwischenlinien in 5 Theile getheilt. Endlich theile man das Stück a e bey 5. in zwey gleiche Theile, und ziehe von f nach 5; und von 5. nach b. gerade Linien; schreibe sohin an die Linie f 5. die Zahlen 1. 2. 3. 4. 5. und an die Linie 5 b. die Zahlen 6. 7. 8. 9. 10; so ist der Theil b f oder a e in 10 gleiche Theile getheilt, und da die übrige Theile f h; h k; k m; m o; o d; b f gleich sind, so ist auf diese Weise ein 60 theiliger Maaßstab verfertigt.

Auch

Auch auf diesem Maaßstabe lassen sich theils nur kleine Theile allein, oder kleine und Grosse zugleich, oder lauter grosse Theile nehmen. Sind nur kleine oder 10tel zu nehmen, und wären z. B. 2/10. 4/10. 7/10. 9/10. aus selbigem zu tragen; so setze man die eine Cirkelspitze in q. der Linie e f. die andre in 2. so hat man 2/10, setzt man die einte Cirkelspitze in s, und die andere in 4; so hat man 4/10; wird die einte Cirkelspitze in r und die andre zum Punkte 7 gesetzt; so hat man 7/10. und eben so bekommt man 9/10 wenn man eine Cirkelspitze in p die andere in 9. setzt.

Wären auf diesem nemlichen Maaßstabe große und kleine Theile zugleich zu nehmen, z. B. 12. 23. 36. 48. ꝛc. so setze man um 12. zu erhalten, den einen Cirkelfuß an der Perpendikularlinie h g. auf die Prallellinie q q. und fasse mit dem andern noch q, 2; so hat man 10 und 2. thun. 12. Setzt man den einen Cirkelfuß auf die Linie k i in dem Punkt wo solche die Parallele rr durchschneidet, und läßt

den

den andern so weit reichen, daß er von der Linie b f den Theil r, 3. dazu nimmt; so hat man 23 Theile, oder 20 und 3. Theile, thun 23. Eben so verfährt man verhältnißmäßig um die übrige gegebenen Theile 36. und 48. zu bekommen.

Um lauter grosse Theile auf diesem Maaßstabe zu nehmen, braucht es wohl weniger oder gar keiner Anweisung, da das Anschauen der Figur einem schon die Anleitung hierzu giebt.

Tab. X. Figur 39.

III. Aufgabe. Dritte Art, einen verjüngten Maaßstab zu zeichnen.

Auflößung Es sey in dieser Figur der Theil a e der Linie a c. ebenfalls in 10 Theile zu theilen. Man fälle aus a und e die Perpendikulares, a b und e f. in willkührlicher Länge, etwa wie in vorhergehender 38. Figur; theile diese Perpendikularen bey p, q, r, s. in 5 Theile, und ziehe mit a e oder b f. Parallel-

linien

linien. Nun werde auch a e, und b f, bey 5. in zwey gleiche Theile getheilt, und die Linien f 5, und 5. a. gezogen; so ist a e wie b f in 10 gleiche Theile getheilt, und p 1. ein Zehntheil, q 2. zwey Zehntheile, r 3. drey Zehntheile, 5. 4. vier Zehntheile, e 5. fünf Zehntheile, f 5. auch fünf Zehntheile; p 6. sechs Zehntheile, q 7. sieben Zehntheile, r 8. Zehntheile, r 9. neun Zehntheile, e 10. zehn Zehntheile. Um nun auch grosse und kleine Theile zusammen nehmen zu können; so verfahre man wie bey dem Maaßstabe Figur 38. und hänge bey g und h; bey i und k; bey l und m; bey n und o; und c und d, weitere Theile an, deren jeder so groß sey als a e oder b f, so hat man abermal einen verjüngten Maaßstab der im wesentlichen mit dem in vorhergehender 38. Figur überein kommt.

Anmerkung. Bey einiger aufmerksamen Betrachtung über die Construktion dieser beyden verjüngten Maaßstäbe in Figur 38. und 39. findet man, daß die Linie a f

oder

oder b f. durch Zerfällung der Zahl 10. in 2. Factoren, nemlich in 2. und 5. und darnach geschehener Theilung der Linien a e und b f, und a e und e f getheilt worden seyn, in dem 2mal 5. zehn ausmacht.

Unter Benutzung dieses Fingerzeigs, wird es leicht seyn, auch verjüngte Maaßstäbe von 20. 30. 40. 50. bis 100 Theile zu verfertigen.

Tab. X. Figur 40.

IV. Aufgabe. Einen verjüngten Maaßstab zu verfertigen, dessen vorderster Theil in 50 Theile getheilt sey.

Auflößung. Nachdem das Parallelogramm a b d e construirt, und durch die Punkte f, h, k, aus welchen die Perpendikularen f e, g h, k i, errichtet worden sind, in beliebige gleiche Theile getheilet worden; so theile man die Linien a b und c d in 10 gleiche Theile, * und ziehe die Parallellinien 1. 1; 2. 2; 3.

* Dabey ist jederzeit zu rathen, daß man die vorgegebene Linie nicht auf einmal in so

3. 3; 4. 4. ꝛc. sohin theile man die Seiten es kleineren vor den Parallelogramms a e; f b jede in 5 Theile, und bemerke solcher Theile Punkte von e gegen a, und von f gegen b, mit den Zahlen 10. 20. 30. 40. die letzten Punkte b a geben den Punkt 50. Ziehe nun die Punkte f 10; 10, und 20; 20, und 30; 30, und 40; 40, und a, oder 50 zusammen, so ist das Parallelogramm a b f e. in 50. gleiche Theile getheilt, und die Theile e g f h; g h i k; i k c d; welche dem getheilten ersten Parallelogramm gleich sind, anzusehen, als wenn jedes derselben auch in 50 Theile getheilt worden wäre.

so viele Theile theilen, sondern zu erst in die Helfte derselben, hier in 5 Theile, hernach jeden fünften Theil in 2 Theile, woraus 10 Theile entstehen. Durch welches Verfahren man seine Absicht, sowohl auf eine akkuratere als behendere Weise erreichen wird.

Tab,

Tab. X. Figur 41.

V. Aufgabe. Einen verjüngten Maaßstab zu verfertigen, dessen vorderster Theil in 100. Theile getheilt sey, oder einen verjüngten 100 theiligen Maaßstaab zu construiren.

Auflößung. Das sich gewählte Parallelogramm a b d c werde ebenfalls in beliebige gleiche kleinere Parallelogrammen, durch die Linien f e, h g, k i. abgetheilt; auf die äusserste Linien b a und d c, 10. gleiche Theile getragen, und durch diese Punkte mit a c und b d Parallellinien gezogen. Nun theile man die Linie a e und b f. des vorderen Parallelogramms in gleiche 10 Theile, und bezeichne die Punkte von e nach a, und von f nach b mit 10, 20, 30, 40, 50 Theilen, ziehe die Punkte f 10; 10. 20; 20. 30; 30. 40; 40. 50; bis ans Ende zusammen, so ist der Aufgabe, einen hundertheiligen Maaßstab zu verfertigen, Genüge geleistet.

Anmerkung. Man sieht wohl leicht ein, daß wenn die Linie a e und b f. dieses verjüngten Maaßstabes von Punkt zu Punkt hätte wollen getheilt werden, dieses gar nicht angegangen, und der Maaßstab zum Gebrauch untauglich geworden wäre, weil Cirkelstich in Cirkelstich würde gefallen seyn. Man verfiel daher auf den Vortheil der Transversallinien, mittelst welcher kleine Spatia in eine beträchtliche Anzahl Theile getheilt werden können, wie in der vorligenden Figur 41. der Theil e 10; oder 10. 20; u. s. w. in 10 Theile.

Anschaulicher macht den Vortheil der Transversallininie die Figur 37. der Tab. X. wo das Parallelogramm a b d c durch die Diagonallinie c b durchschnitten ist, auf welcher die Theile 1. 2. 3. 4. 5 u. s. w. in e. f. g h. i. aufstehen, und 1. e; ein Zehntheil; 2. f; zwey Zehntheil; 3. g; drey Zehntheil der Linie a b. ausmachen, welches nun bis auf a b fortgehet, wo diese nemliche Linie in 10 Theile getheilt ist. Denkt man sich nun unter a b dieser Figur den Theil e 10. der Figur 41. so wird begreiflich seyn, wie der so kleine Theil, doch in 10 richtige gleiche

Theile,

Theile, und die ganze Linie e a in 100 Theile getheilt werden konnte.

Tab. X. Figur 42.

VI. Aufgabe. Einen verjüngten Maaßstab von Ellen, oder Schuhen so in seine Zolle getheilt ist, zu verfertigen.

Auflößung. Man verfertige ein Parallelogramm a b c d, dessen Längen-Seiten a b, c d, in 24 Ellen getheilt seyen, und dessen Höhe a c, und b d, die Länge einer Elle betragen. Auf der Linie c d ziehe man mit a c lauter Parallelen, deren jede eine Elle mache. Damit man aber die Zolle erhalten möge, so werde von a nach d eine Diagonallinie gezogen; so theilt diese Linie die Zolle ab, und sind bey e ein; bey f zwey; bey g drey; und bey h vier Zolle angezeigt — welches nun so fortgehet, bis d — wo selbst b d durch die Diagonallinie in 24 Zolle getheilet worden.

Anmerkung Bey Mühlen- und andern Baurissen wird man häufig diesen Maaßstab an-

antreffen; daher er hier zur vorläufigen Kenntniß seiner Construction nach gezeigt ist.

Tab. XI. Figur 43.

VII. Aufgabe. Den Durchschnittspunkt zweyer einander sehr schreg durchschneidender Linien, a b und c d zu finden.

Auflößung. Man errichte auf a b die Linie a f, und zu derselben die Parallellinie e g. Hernach nehme man die Weite a c, und trage sie einige mal auf die Linie a f. Nehme auch die Weite e s und trage sie eben soviel mal als a c aus s. auf die Linie e g, reicht bis g. ziehe sodann die gerade Linie f g, und verlängre sie, bis sie a b und c d schneidet. Wo dieses geschieht, da ist der Schneidungs-Punkt, dieser sich sehr schrege durchschneidenden Linien a b und c d, nemlich der Punkt i.

IV. Capitel.

Von den Proportionallinien.

Was man unter Proportionallinien verstehe, ist bereits oben in der Einleitung Cap. III. §. 11. vorgekommen.

Tab. XI. Figur 44.

I. Aufgabe. Zu zwey gegebenen Linien, als der grösseren a b, und mittlern c d, die dritte kleinere Proportionallinie zu finden.

Auflößung. Man ziehe die Linie e f, und trage auf solche die gegebene Linie a b. wird f g. In g errichte man eine Perpendikulare, in der Länge der andern gegebenen Linie c d, welche g h ist. Man ergreiffe mit dem Cirkel die Weite f h, und mache damit die Bogen o und r. ziehe durch deren Durchschnittspunkte eine gerade Linie, und wo selbige die Linie e f zerschneidet, als hier in i, da werde der Cirkel eingesetzt, und mit der Weite i f der halbe Cirkel

f, h, i, construirt, so wird dadurch das Stück e g abgeschnitten, welches die dritte kleinere Proportional Linie zu a b und c d ist.

Tab. XI. Figur 45.

II. Aufgabe. Zu zweyen gegebenen Linien, als der kleineren c d und der grössern, a b, die dritte grössere Proportionallinie zu finden.

Auflösung. Man ziehe die Linie e f, und trage auf solche die Linie c d. welche von e bis g. reichet. Auf g errichte man eine Perpendikularlinie g h, welcher die Höhe der Linie a b gegeben werde. Aus e und h mache man die Kreutzbögen o und k, durch deren Durchschnitte ziehe man die gerade Linie o l k r. so wird solche die gerade Linie e f in i durchschneiden. Aus i construire man mit der Weite e i einen halben Cirkel e h f; so wird dieser die Linie e f abschneiden in f, und die Linie g f wird die verlangte dritte grössere Proportionallinie seyn.

Tab

Tab. XI. Figur 46.

III. Aufgabe. Zu zwey gegebenen geraden Linien als a c und b g. die mittlere Proportionallinie zu finden.

Auflößung. Man setze beyde gegebene Linien a c und b g in eine gerade Linie zusammen, es entsteht die Linie m n o. Aus n, wo beyde Linien zusammen stoßen, errichte man eine Pendikulare n q. Die ganze Linie m o theile man in zwey gleiche Theile bey r, und beschreibe sodann mit dem Radius r m, oder r o einen halben Cirkel m p s o; so wird dieser Halbkreis von n q das Stück n s abschneiden, welches die mittlere Proportionallinie zwischen a b und b g ist.

Tab. XII. Figur 47.

IV. Aufgabe. Zu zwey gegebenen geraden Linien a und b die dritte Proportionallinie (c) zu finden.

Auflößung. Nach Gefallen ziehe man eine gerade Linie f e, und eine andere f d die mit

ihr einen beliebigen Winkel macht. Setze die erste gegebene Linie a aus dem Punkt f nach dem Punkt g. Aus g trage man nach i die zweyte gegebene Linie b, welche bis i reicht. Aus dem Punkte f trage man auch auf der Linie f d die gegebene Linie b nach h, und ziehe nun die Punkte g h. durch eine Linie zusammen. Aus dem Punkten i ziehe man eine Parallellinie mit g h, giebt die Linie i k, das Stück k h ist die verlangte dritte Proportionallinie. Das ist, wie sich verhält die Linie a zu der Linie b; so verhält sich die Linie b zu der Linie e, welche der gefundenen Linie h k gleich ist.

Tab. XII. Figur 48.

Satz. 30. p. 245.

V. Aufgabe. Zu dreyen vorgegebenen Linien a b, c d, e f, die vierte Proportionallinie zu finden.

Auflößung. Es werde der beliebige Winkel r s g. construirt, und das Stück s o gleich der ersten Linie a b gemacht, das Stück s u auf der Linie s g mache man gleich der zwey-

ten

ten Linie c d, und das Stück o n mache man der dritten gegebenen Linie e f gleich. Die Punkte o und u ziehe man durch eine gerade Linie zusammen, und aus dem Punkte n eine Parallellinie mit o u, wodurch die Linie n m entsteht, und zu gleich das Stück u m abgeschnitten wird, welches die verlangte vierte Proportionallinie giebt, so daß, wie sich verhält die erste Linie a b gegen die andere c d, sich auch die dritte e f gegen die vierte u m verhalte.

Tab. XII. Figur 49.

VI. Aufgabe. Zu drey gegebenen Linien als a c, d e, h o, die vierte grössere Proportionallinie zu finden.

Auflößung. Man construire abermal den ungefähren doch nicht gar zu spitzigen Winkel q b n. Fasse die Linie a c, und setze sie auf b q aus b nach p. Eben so nehme man die Linie d e, und setze sie aus p gegen q, trifft in den Punkt m. Weiters nehme man die Linie h o und setze sie auf b n aus b gegen

n, sie wird bis s reichen; ziehe nunmehro p und s zusammen, und dazu aus m die Parallelle m r, so wird von der Linie b n, das Stück r s abgeschnitten, welches die verlangte grössere vierte Proportionallinie ist.

Tab. XII. Figur 50.

VII. Aufgabe. Eine gegebene geraden Linie nach der mittleren und äussern Verhältniß so abzuschneiden, daß sich das kleinere Stück gegen das grössere verhalte, wie das grössere gegen die ganze gegebene Linie.

Auflößung. Aus dem Ende a der gegebenen Linie a b werde die Perpendikularlinie a d errichtet, deren Höhe der Helfte a b oder a e gleich sey, und die Punkte b d durch die gerade Linie b d vereinigt. Aus dem Punkte d construire man mit den Radio a d den Bogen a f, darauf aus dem Punkte b mit dem Radio b f den Bogen f c. Der Punkt c theilet sodann die Linie a b nach dem äussern und mittlern Verhältniß dermassen ab, daß die Verhältniß

niß, welche zwischen a c und c b vorhanden ist, auch zwischen der Linie c b und der ganzen Linie a b statt findet.

Tab. XIII. Figur 51.

VIII. Aufgabe. Zwischen zweyen vorgegebenen geraden Linien, als der ersten a, und der vierten d, zwey mittlere Proportionallinie zu finden.

Auflößung. Man ziehe die zwey gerade Linien n f, und p f, daß sie in dem Punkte f winkelrecht aufeinander stehen. Die Line e f werde der Linie a gleich lang gemacht, und die Linie f h gleich lang der Linie d. Unter dessen ziehe man die Linie g h mit e f parallel und mache sie auch so lang als e f, so entsteht das Parallelogramm e f h g. In diesem ziehe man die beyde Diagonalen e h, f g, welche sich in o schneiden. Die Linie f i werde gleichlang der Seite des Parallelogramms e f gemacht, und die Linie e i gezogen. Aus dem Punkt e reisse man mit der Weite e h den Bogen h k, und trage des-

dessen Weite aus h in l. Endlich nehme man auch die Weite h f, und trage solche aus dem Punkte l nach p, giebt den Punkt m. Nun ziehe man eine gerade Linie durch die zwey Punkte m und g, bis zum Punkte n; so ist die eine mittlere Proportionallinie, h m, oder die gleich lange b; die andere mittlere Proportionallinie e n oder die gleich lange c. und wird sich verhalten a gegen b, wie c gegen d.

Tab. XIII. Figur 52.

IX. Aufgabe. Zwischen zwey vorgegebenen geraden Linien a 1. und b 4. zwey mittlere Proportionallinien mit Hülfe zweyer accurater Winkelhacken zu finden.

Auflösung. Man ziehe die zwey gerade Linien f g, und e d welche sich perpendikulär in dem Punkt c schneiden. Das Stück c g. werde der Linie a i, und das Stück c h der Linie b 4. gleichlang gemacht. Alsdenn lege man eine innere Seite des Winkelhackens l hart an den Punkt g; an die andere innere Seite die-

dieses nemlichen Winkelhackens l, stosse man hart an, die äussere Seite des Winkelhackens m. und rücke beyde Winkelhacken hart an einander so lange herum, bis die eine äussere Seite des Winkelhackens m. den Punkt h hart berühre, und mit seinem äussern Winkel auf der geraden Linie g f. den Punkt h abschneide. Unter dessen wird der innere Winkel des Winkelhackens l auf der geraden Linie e d den Punkten i abschneiden, und solcher gestalt das Stück c i die erste und mittlere Proportionallinie, und das Stück c k die andere mittlere Proportionallinie seyn.

Tab. XIV. Figur 53.

X. Aufgabe. Zu einer zwischen zweyen Proportionallinien gegebenen mittleren Linie a, und dem gegebenen Unterschied zwischen den zweyen äussersten b, die zwey äusserste Proportionallinien zu finden.

Auflößung. Man ziehe die gerade Linie c d, mache aus einen Punkte e, das Stück e f, gleich lang dem Unterschied oder der Linie

b

b die Linie e f. zertheile man in zwey gleiche Theile bey h, in f werde die Perpendikulare f g errichtet, deren Höhe der gegebenen mittleren Proportionallinie a gleich sey. Aus dem Punkte h werde mit der Weite l g der Halbcirkel c g d. construirt, welcher sich in dem Punkt c und d. endet. Die zwey gerade Linien c f, und f d. sind die gesuchte äusserste Proportionallinien.

Tab. XIV. Figur 54.

XI. Aufgabe. Zu einer gegebenen, zwischen zweyen Proportionallinien befindlichen mittlern Linie d, und der gegebenen Summe a b, der äussersten zweyen Linien, eine jede äusserste Linie absonderlich zu finden.

Auflößung. Die ganze Linie a b zertheile man in zwey gleiche Theile bey h. Am Ende b errichte man eine Perpendikulare b c. Das Stück b e werde der gegebenen mittleren Linie d gleich gemacht. Aus dem Mittelpunkt h construire man mit der Weite h b einen blinden halben Cirkel. Aus dem Punkte e werde

de die Linie e f mit a b parallel gezogen, welche die gemachte Cirkellinie in f schneidet. Aus dem Durchschnittspunke f. fälle man die Perpendikulare f g, oder welches das nemliche ist, ziehe f p mit b e parallel. Der Punkt g ist dieser, welcher die Summen der zwey äussersten Linien entscheidet, zwischen welchen g f die mittlere Proportionallinie ist.

Tab. XIV. Figur 55.

XII. Aufgabe. Von einer vorgegebenen geraden Linie a b. einen Theil also abzuschneiden, daß er die mittlere Proportionallinie sey, zwischen dem übergebliebenen Theil der gegebenen Linie, und einer andern gegebenen Linie c.

Auflößung. Es werde nach Gefallen die gerade Linie e f gezogen. Das Stück e h werde gleich lang der Linie a b, und f h gleich lang der Linie c. Aus dem Mittelpunkte der ganzen Linie e f, welcher g ist, beschreibe man mit einer blinden Linie die halbe Circumferenz e i f.

Aus dem Punkte h erhöhe man die Perpendikulare h i. Das Stück h f zertheile man bey k in zwey gleiche Theile. Aus diesem Mittelpunkte k werde mit der Weite k i der Bogen i l construirt, wodurch das Stück a d abgeschnitten wird, welches l h gleich ist. Dieser Theil d a ist die mittlere Proportionallinie zwischen dem übergebliebenen Theil d b, und der andern gegebenen Linie c.

Tab. XIV. Figur 55a.

XIII. Aufgabe. Von zweyen vorgegebenen geraden Linien a und b. jede besonders also abzuschneiden, daß die vier daraus entstehende Theile gegen einander proportionirt seyen

Auflößung. Man construire einen rechten Winkel g e f, die Seite g e werde gleich lang der Linie b. Diese beyde Punkte g f vereinige man durch die gerade Linie g f. Die Linie e f werde bey h in zwey gleiche Theile zertheilt. Aus diesem Mittelpunkt h beschreibe

man

man mit der Weite e h, oder f h. eine blinde halbe Cirkellinie e i f. Aus dem Durchschnittspunkten i, ziehe man die Linie i l parallel der Linie e f. und abermalen aus dem Punkten i, die Linie i k, welche mit der Linie g e paralle läuft. Dadurch wird die Linie e f, oder a in dem Punkt h und die Linie g e oder b in dem Punkt l getheilt, und kommt dadurch dieses Verhältniß zum Vorschein: Wie sich verhält der Theil f k gegen den Theil k i, oder e l, so verhält sich der Theil i l oder e k, gegen den Theil l g.

Tab. XV Figur 56.

XIV. Aufgabe. Auf einer gegebenen geraden Linie a b. zwey winkelrechte Parallelogrammen zu construiren, welche sich gegen einander verhalten, wie zwey gegebene gerade Linien c und d.

Auflößung. Am Ende der Line a b construire man nach Gefallen einen Winkel b a h. Das Stück a e werde gleich lang der Linie c. unq das Stück e f gleich lang der Linie d. Mit einer geraden Linie vereinige man die Punkte

f b. Aus dem Punkte e ziehe man parallel mit der kaum gezogenen Linie f b, die Linie e g. Sodann construire man auf der ganzen Linie a b das reguläre Viereck a f i b. Aus dem Punkten g errichte man die Perpendikulare g k. welche das beschriebene grössere Viereck in zwey Parallelogrammen a l k g, und g k i b. zertheilt. Diese verhalten sich nun gegen einander, wie die Linie c zu der Linie d.

Tab. XV. Figur 57.

XV. Aufgabe. Aus einem gegebenen Theil der Diagonallinie eines regulären Vierecks a b, die Seite desselben zu finden, und zugleich zu erfahren, um wie viel länger die Diagonale gegen die Seite dieses Vierecks sey?

Auflößung. Auf dem Ende der Linie a b construire man die Perpendikulare a c, und mache solche dem Theile a b gleich. Man ziehe die gerade Linie b c, welche nach d verlängert werde. Aus dem Punkten c construire man

mit

mit dem Radius c a den Bogen a d, dieser schneidet die verlängerte Linie b c in d, ab, dadurch ergiebt sich die Seite des verlangten regulären Vierecks e. d. b. f. Die Diagonallinie aber ist e b, welche um das Stück a b grösser ist, als die Seite b d.

V. Capitel.

Von Abtragung und Theilung geradlinichter Winkel.

Tab. XVI Figur 51. Ristum 10 Ruth.

I. Aufgabe. Einen gegebenen geradlinichten Winkel b a c abzutragen, das heißt, einen andern Winkel zu construiren, der einem gegebenen Winkel gleich sey.

Erste Art.

Auflößung. Man ziehe die Linie f g in beliebiger Länge; mache aus f über derselben

den Bogen i k, der mit dem nemlichen Radio wie der Bogen e d gerissen sey. Nehme mit dem Cirkel die Weite des Bogens c d, trage solche unverrückt von k nach i, und ziehe f und i durch eine gerade Linie zusammen, verlängere sie beliebig nach f; so wird der Winkel g f h, accurat gleich seyn dem Winkel b a c.

Zweyte Art.

Mittelst des Transporteurs oder Winkelmessers. (Vergleiche oben II. Abschnitt. III besondren Grundsatz.)

Tab. XVI. Figur 52.

Man lege den Transporteur mit seinem Centro genau an den Vertex des abzutragenden Winkels, hier an a, und lege dessen Radium genau an die Schenkel des Winkels, hier an a b an; sehe sohin wie viel Grade der andere Schenkel des Winkels a c abschneide, und merke sich diese Anzahl der Grade; in vorliegender Figur schneidet der Winkel a c bey e gerade 53 Grade ab. So viel Grade trage

man

man nun über einer andern gezogenen Linie ab, und merke sich den Punkt, den die abgestochene Grade gegeben haben. Diesen ziehe man mit dem Scheitelpunkt durch eine gerade Linie zusammen; so hat man den abgetragenen Winkel von nemlicher Grösse, wie der vorgegebene Winkel war.

Tab. XVI. Figur 53.

II. Aufgabe. Einen vorgegebenen geradlinichten winkel in zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflößung. Der zu theilende Winkel sey a b c. Man setze in dessen Scheitelpunkt b die eine Cirkelspitze, und beschreibe mit der andern den Bogen d e mit einem beliebigen Radio. Sohin setze man den Cirkel in d oder e, und eröffne solchen über die Helfte des Bogens, und beschreibe aus e und d zwey Bögen, die sich in f durchschneiden. Ziehe nunmehr aus b durch f die gerade Linie b g. welche den Winkel a b c genau in zwey gleiche Theile abtheilen wird.

Tab. XVI. Figur 54. und 55.

III. Aufgabe. Rechte und spitzige geradlinichte Winkel in zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflösung. Das Verfahren ist das nemliche wie bey der Theilung des stumpfen Winkels a b c. in Figur 53; man wird sich daher bey diesen zwey Figuren, da die Buchstaben in beyden die nemliche sind, wie bey Figur 53 gerade so, wie dorten zu verhalten haben.

Tab. XVI. Figur 56.

IV. Aufgabe. Den Anrührungspunkt einer geraden Linie, a h, welche einen Cirkel b d e berührt, zu finden.

Auflösung. Man ziehe das Centrum des Cirkels c, und einen der äussersten Punkte der Linie a h mit einer geraden Linie e a zusammen. Aus dem Mittel f dieser gezogenen Linie construire man den halben Cirkel e g a. Der Durchschnitt g wird der Anrührungspunkt seyn, mit

mit welchem die gegebene Linie a h. den Cirkel b d c. berühret.

Tab XVI. Figur 57.

V. Aufgabe. Eine gerade Linie zu ziehen, welche einen Cirkel a b in einem vorgegebenen Punkte f anrühre, doch nicht durchschneide.

Auflößung. Aus dem Centro e, werde durch den gegebenen Punkt f eine gerade Linie e g gezogen, deren eine Helfte f h dem Radio f e gleich sey. Aus diesen beyden Punkten h und e beschreibe man auf beyden Seiten vier gleiche Bögen, welche sich in den Punkten c und d durchschneiden. Diese Durchschnittspunkte ziehe man durch eine gerade Linie c d zusammen; so wird solche den gegebenen Cirkel in dem Punkt anrühren, in welchem es verlangt worden, ohne daß die Cirkellinie durchschnitten worden wäre.

VI. Capitel.

Von Spiral- Schnecken- Ey- und Linsenlinien.

Tab. XVII. Figur 58.

I. Aufgabe. Eine Spirallinie aus lauter halben Cirkeln zu construiren.

Auflösung. Man ziehe nach Gefallen eine gerade Linie a b. Aus d als dem Mittelpunkte derselben, den halben Cirkel c e. Nun setze man die eine Cirkelspitze in c, und führe den Cirkel bis e; so entsteht der halbe Cirkel e g h. Wiederum setze man die eine Cirkelspitze in d, öffne den Cirkel bis h und beschreibe den halb Cirkel h i k. Sohin werde die eine Cirkelspitze wiedrum in c gesetzt, und mit dem Radius c k der halbe Cirkel k m n construirt, weiter aus d mit der Weite d n, der halbe Cirkel n o l; eben so aus c mit dem Radius c l, der halbe Cirkel l p r, und endlich abermalen aus d, mit dem Halbmesser d r der halbe Cirkel r q s; so ensteht die verlangte

Spirallinie, welche man auch noch weiter ausdehnen könnte.

Tab. XVIII. Figur 61.

II. Aufgabe. Eine ablange Spirallinie zu construiren.

Auflößung. Man ziehe eine gerade Linie a b, auf dieser werde eine beliebige Weite e f. angenommen, und mit solcher aus beeden Punkten e f oben und unten zwey gleiche Bögen construirt, welche sich in den beyen Punkten c d durchschneiden. Sohin ziehe man aus dem Punkten c durch beede Punkte e f, zwey nach Gefallen gerade lange Linien e f f, und c e e. Eben so aus dem Punkte d, durch die nemliche Punkte e f die zwey geraden Linien d e e, und d f f. Aus dem Punkte e errichte man eine kleine Perpendikulare e h über sich, und aus dem Punkt f eine Perpendikulare gleicher Grösse f g unter sich. Aus den Punkten e d aber ziehe man mit der Linie a b kurze Parallellinien, c i und d k, und zwar eine gegen die Linke, die andere gegen die rechte Hand, deren jeder den Perpendikularen h e oder f g

 gleich

gleich sey; so hat man die vier Centra, aus welchen sich die ablange Spirallinie construiren läßt, nemlich: aus dem Punkten k ziehe man den ersten Bogen, von e bis an die Linie d f; aus g beschreibe man den kleinen Bogen von f bis m. aus i, mit der Weite i m, den Bogen m n; aus h mit der Weite h n den Bogen n o; wiederum aus k mit der Weite k o den Bogen o p, und so fort, als weit einem jeden die Fortsetzung dieser ablangen Spirallinie beliebt.

Tab. XVII. Figur 59.

III. Aufgabe. Eine immer weiter und weiter auseinander laufende Schneckenlinie zu reissen.

Auflösung. Man ziehe die Linie n l, wähle auf selbiger einen Punkt a, und reisse aus diesem eine kleine Peripherie (welche der Deutlichkeit halber in Figur a etwas grösser gezeichnet worden) dessen Diameter 6. 5. werde in 6 gleiche Theile, nemlich 5. 3, 3. 1, 1. a, a 2, 2. 4, 4. 6. getheilt. Nun setze man den Cirkel in 1, eröffne ihn

ihn bis 6. und reisse damit den halben Cirkel 6. o. c. Hernach setze man den Cirkel in 2. öffne ihn bis c, und reisse damit den halben Cirkel c d e. Weiter werde der Cirkel in 3. gesetzt, und mit dem Radius 3. e, der halbe Cirkel c f g gerissen. Aus 4. reisse man g h i, aus 5. i k l, und endlich aus 6. l. m n. so ist dem Verlangen der Aufgabe Genüge geschehen.

Tab. XVII. Figur 60.

IV. Aufgabe. Eine sich immer erweiterende Schneckenlinie auf eine andere Art zu construiren.

Auflößung. Man ziehe die zwey gerade Linien a b und f g, welche sich in e winkelrecht durchschneiden. Aus e construire man den Cirkel d l c k. (welcher ebenfalls hier mehrerer Deutlichkeit willen in Figur 60. a grösser gerissen ist) in diesen trage man das Viereck d l c k. theile dessen Seiten bey 1. 2. 3. 4. in zwey gleiche Theile, und ziehe die Linien 1. 3, 2. 4

diese

diese werden sich in e kreuzen. Jede dieser beeden Linien theile man in sechs gleiche Theile, und bemerke die Theilungspunkte nach Anweisung der Figur mit 5, 6, 7, 8, u. s. w. bis 12. Setze nunmehro den Cirkel in 3. und beschreibe mit der Weite 3. c den Bogen c 11, mit der Weite 2. 11, den Bogen 11. 10, mit der Weite 10, 10, den Bogen 10. 9, mit 4. 9, den Bogen 9. 8, aus dem Punkt 7. mit der Weite 7. 8. oder 7. m, den Bogen m n, oder 8. 7, und so fort, bis aus 12. mit der Weite 12. 1, oder 12 g, der lezte Bogen g b wird gerissen seyn.

Tab. XVIII. Figur 62.

V. Aufgabe. Auf einer gegebenen Linie a b eine Linsenlinie zu construiren.

Auflößung. Die gegebene Linie a b theile man in den Punkten. c und d in 3 gleiche Theile. Aus dem Punkt c werde mit c d ein Cirkel a f d h, beschrieben. Eben so aus dem Punkt d ein Cirkel c f b e. Dieser wird den erst beschriebenen Cirkel in den Punkten e und f durchschneiden. Aus dem Punkt f werden durch die

Cen-

Centra c und d die gerade Linien f c h, und f d g gezogen; eben so aus dem Punkt e, wiederum durch die Centra c, d, die gerade Linien e i, und e k, bis an die Umkreise. Die Punkte e und f sind die Centra zu den Bögen g h und i k, wenn sie mit der Weite f h oder f g, und e i, oder e k beschrieben werden; auf welche Weise die Linsenlinie verfertigt ist.

Tab. XIX. Figur 63.

VI. Aufgabe. Auf eine gegebene gerade Linie eine Linsenlinie nach einer vorgeschriebenen Länge und Breite zu construiren.

Auflößung. Durch das Mittel a der gegebenen Linie b e werde die Kreutzlinie e a d. gezogen, und a e, a d gleich gemacht, und zwar diese Theile länger oder kürzer angenommen, je nachdem die Linsenlinie schmäler oder breiter werden soll. Eben so werden aus a nach g und f gleiche Spatia in der Maaße getragen, je nachdem die Figur, länger oder kür-

zer

zer werden soll. Denn je weiter diese Abschnitte von dem Centro a bestimmt werden, desto breiter und länger wird die Figur. Nun werde aus e durch den Punkten f und g, die Linie e i, und e h, so wie aus d durch den Punkten f und g, die Linie d k und d l gezogen. Aus den Centris d und e reisse man die Bögen i h, und k l, und aus den Centris f und g, die Bögen k b i und l c h, welche sich an die Bögen i h und k l genau auschliessen müssen, wodurch die Figur auf die verlangte Weise wird aufgerissen seyn.

Tab. XVIII. Figur. 64.

VII. Aufgabe. Eine Linsenlinie auf eine andere Art zu zeichnen.

Auflösung. Man wähle sich einen Punkt s und aus diesem beschreibe man mit einem selbst gewählten Radio s a oder s c, einen Cirkel a b c o. und ziehe den Durchmesser a c. Durch dessen Mitte ziehe man die Kreutzlinie o b welche diesen Cirkel in b und o durchschneidet.

Aus

Aus dem Endpunkten a und c des Durchmessers a c beschreibe man mit dem vorigen Halbmesser s a, oder s c, die beyde Cirkel p d s, und g h s. Aus b ziehe man durch c die Linie b c g, und durch a die Linien b a p, aus o ebenfalls durch c und a die Linie o a d, und o c h. Endlich setze man die eine Cirkelspitze in b, und öffne den Cirkel bis p oder g, womit der Bogen g n p beschrieben werde. Eben so werde aus dem Punkte o mit der Weite o d, oder o h, der Bogen d m h beschrieben; so ist diese Art von Linsenlinie gezeichnet.

Tab. XXII. Figur 71.

VIII ~~XV~~. Aufgabe. Erste Art eine Ey- oder Ovallinie zu zeichnen.

Auflösung. Aus einem angenommenen Punkte a beschreibe man mit einem beliebigen Halbmesser einen Cirkel b c f o g e. Mit nemlicher Cirkelweite werde aus dem Punkt b ein andrer Cirkel a e i n h i beschrieben, dessen Peripherie den ersten Cirkel in dem Punkte c und

e

e durchschneidet. Aus dem Durchschnittspunkten c und e, und durch den Mittelpunkt b ziehe man die gerade Linie c b i, und e b h. Weiters setze man die Cirkelspitze in den ersten Durchschnittspunkt e, und öffne die andere bis in h, beschreibe damit den Bogen f h m. Ein nemliches geschehe aus dem Punkt c durch Beschreibung des Bogens g i t, welcher sich bey p durchschneidet. Durch den Punkt b und den Durchschnittspunkt p ziehe man ferner die gerade Linie b p. und Theile sie in den Punkt k in zwey gleiche theile. Durch den Theilungspunkt k und die beyden Durchschnitte c und e ziehe man wieder zwo gerade Linien c k r, und e k s, welche die Bogen f h m, und g i t, in den beyden Punkten r und s durchschneiden. Endlich setze man die eine Cirkelspitze in den Punkt k die andre öffne man bis in den Durchschnittspunkt r, und beschreibe den Kreisbogen r s. so ist diese erste Art der Eylinie gezeichnet.

Tab.

Tab. XXII Figur 72.

IX. Aufgabe. Zweyte Art eine Eylinie zu construiren.

Auflößung. Es werde eine Cirkellinie a c b e beschrieben, deren Durchmesser a b durch die Perpendikularlinie d e h c in dem Mittelpunkt h in zwey gleiche Theile getheilt. Aus beyden Punkten a und b ziehe man durch den Punkt e die zwey gerade Linien a e g, und b e f. Setze sodann einen Cirkelfuß in den Punkten a, und reisse mit der Weite a b einen Bogen b k, deßgleichen aus b einen Bogen a i. Aus dem Punkte e mache man mit der Weite e i, oder e k einen Bogen, welcher sich an die Bögen a i und b k genau anschließt, so ist diese zweyte Art der Eyfigur ebenfalls gezeichnet.

VII. Capitel.

Von Elliptischen, Parabolischen, und Hyperbolischen Linien.

Was eine Ellipse, eine Parabel, und eine Hyperbel sey, und woher diese dreyerley Arten von Linien entstehen, ist bereits oben in der Einleitung im XII. Capitel des ersten Abschnittes gezeigt worden, dahero hier dahin verwiesen wird.

Tab. XIX. Figur 65.

I. Aufgabe. Eine elliptische Linie nach zweyen gegebenen Diametern oder Axen l k, und g p, zu zeichnen.

Auflößung. Vorerst lasse man sich beede Axen bey a winkelrecht durchschneiden, sodann beschreibe man aus dem Punkt p oder g mit der Weite l a oder a k, rechts und links zwey gleiche Bögen, welche sich in den Punkten h und i durchschneiden. In diese Durchschnittspunkte schlage man zwey Stifte oder Nadlen ein, und um diese binde man einen Faden, der bis an

das

das Ende einer Axe p oder g reiche. Steckt man daselbst einen Stiften e ein, und führt denselben, gleich stark angezogen, um die Punkte h und i herum, bis er wieder da eintrifft, wo er ausgegangen ist; so entsteht eine wahrhafte Ellipse. In selbiger ist l k die grössere, g p die kleinere Axe, und die Punkte h und i sind die Brennpunkte derselben.

Tab. XIX. Figur 66.

II. Aufgabe. Zweyte Methode eine Ellipse zu beschreiben.

Auflößung. Es sey gegeben der längere Diameter a b; und die Distanz der Brennpunkte f und g. Man theile diese gegebene längere Axe a b in zwey gleiche Theile, so giebt dieser Theilungspunkt c das Centrum der Ellipse. Die gegebene halbe Distanz der Brennpunkte setze man zu beyden Seiten von c in f und g; so bekommt man die Brennpunkte selbst. Nun nehme man mit dem Cirkel aus b nach Belieben etwas mehr als den längern halben

Diameter, nemlich b x. und mache mit solcher Weite b x aus dem nächsten Brennpunkt g so wohl oben als unten bey r einen kleinen Bogen, diesen durchschneide man mit dem Rest des längern halben Diameters a x; dieses Verfahren wiederhole man abermal aus g also, daß die Summe beyder Linien g r gleich sey der Summe der beyden Linien b x und a x, oder dem längern Diameter a b; so bekommt man so viel Punkten r als man begehrt, so viel man nemlich Punkten b x und a x genommen hat, und je mehr man davon nimmt, je accurater wird die Ellipse, wie man nun von b gegen a durch die Stücke des längern Diameters b x und a x oben und unten die elliptische Punkte r. r. r. gefunden hat; eben so verfahre man auf der andern Seite von a gegen g. und suche durch Stücke des längern Diameters a x, und b y. oben und unten die Punkte s. s. s. u. s. w. Die Punkte der kleinern Axe d und e. werden gefunden wie die andern, aus den Brennpunkten f und g, durch die Weiten a c und g c. Werden nun die also gefundenen Durchschnittspunkte

r und s gebührender Maaßen zusammen gezogen; so entsteht die verlangte Ellipse.

Tab. XX. Figur 67.

III. Aufgabe. Den Mittelpunkt, und die beyden Axen oder Diameter einer gegebenen Ellipse zu finden.

Auflößung. Die Ellipse sey l m n o. In dieser ziehe man ungefähr die Linie a b, und mit dieser in einer beliebigen Weite parallel die Linie c d. Diese beede Linien a b und c d. theile man bey e und f in zwey gleiche Theile, durch deren Mittelpunkte e und f ziehe man die gerade Linie g e f h. diese Linie theile man in dem Punkt g in zwey gleiche Theile, so ist p. das Centrum der Ellipse. Aus diesem gefundenen Punkten p beschreibe man mit einem beliebigen Radio einen Cirkelkreis, welcher die Ellipse in den Punkten i k schneidet. Diese beede Punkte ziehe man mittelst der geraden Linie i k zusammen, und zertheile solche in dem Punkten q. Durch die beede Punkte p q. werde

die gerade Linie l p q m gezogen, welche der grosse Diameter oder die grosse Axe ist. Endlich ziehe man mit der Linie k q i in der Weite q p. eine Parallellinie, o p n; so ist solche der kleinere Diameter, oder die kleinere Axe der vorgegebenen Ellipse l n m o.

Tab. XX. Figur 68.

IV. Aufgabe. Eine Parabel zu zeichnen.

Auflößung. Man wähle eine gerade Linie c d, und theile sie in vier gleiche Theile. Hierauf ziehe man eine gerade Linie l x von unbestimmter Länge, doch eher zu lang, als zu kurz. Fasse auf der Linie c d den vierten Theil derselben c f, und trage solchen auf der Linie l x zweymal in a und F, so ist bey a der Scheitelpunkt der Parabel, und bey F ihr Brennpunkt. Auf der Linie l a F x nehme man weiter die Punkte q, r, s, t, u, y. so nahe beysammen, als es möglich ist, und ziehe mit l x winkelrechte Linien welche beyderseits von l x gleich weit abstehen. Nun nehme man das Stück l p in den Cirkel, und mache

aus

aus dem Brennpunkt F beyderseits der Linie l x Durchschnitte in e. Ferner fasse man mit dem Cirkel das Stück l e F, und trage solches aus F. rechts und links in die Punkte f f. Weiter nehme man das Stück l q, und schneide damit aus F die Linie g q g links und rechts, giebt die Punkte g g. Wiederum ergreife man das Stück l r, und trage es aus F auf den Linien h r h rechts und links auf, giebt die Punkte h h. So verfahre man nun ferner mit der Weite l s, l t, l u, l y; so bekommt man die Abschnitte rechts und links der Linie l x in den Puukten i k m n. Ziehet man nun die Punke a e, e f, f g, h i, i k, k m, m n durch gerade Linien zusammen, so erhält man eine krumme Linie, die einer Parabel desto ähnlicher ist, je näher die Punkte e, f, g, h, ꝛc. bey einander liegen. Die beyden Theile der Parabel a n, heissen ihre Arme. Die Linie p e, F f, q g, r h, s i, t u, u m, y n, heissen rechtwinklichte Ordinaten, und die Theile auf l x, a p, a F, a q, a r, a s ꝛc. Abscissen; beede aber die Ordinaten und Abcissen, werden rechtwinklichte

Coordinaten genennet. Die Linie a x heißt die Axe der Parabel, und die Linie c d, deren vierter Theil von a nach l und nach F auf die Axe a x getragen wurde, wird der Parameter der Parabel genennet.

Tab. XXI. Figur 69.

V. Aufgabe. Andere Methode eine Parabel zu construiren.

Auflößung. Es werde eine gerade Linie L x von unbestimmter Länge gezogen, und davon ein Theil L a nach Gefallen als der Parameter der Parabel angenommen. Diesen Parameter L a theile man in zwey gleiche Theile, und in dessen Hälfte b a nehme man die Theile 1, 2, 3, 4, 5, 6, rc. so nahe beysammen, als immer möglich, denn je näher die Punkte beysammen genommen werden, desto richtiger wird sich nachher auch die Parabel zeichnen lassen.

In dem Punkte a, als dem Anfangs oder Scheitelpunkt der Parabel errichte, man auf der

Axe a x eine Perpendikularlinie, c d von ziemlicher Länge.

Nach dieser Vorbereitung setze man den Cirkel in den Punkten 1 öffne ihn bis L, und beschreibe mit dieser Oeffnung 1. L aus 1. den Cirkel l r L, welcher die Perpendikularlinie a c in r, und die Axe a x in l schneidet.

Weiter setze man eine Cirkelspitze in 2. öffne die andere bis L, und beschreibe mit dem Radius 2. L aus 2 den Cirkel L s m. welcher die Perpendikulare a c in s, und die Axe a x in m schneidet. Eben so setze man die eine Cirkelspitze in 3. und öffne den Cirkel bis in L, construire aus 3. mit dem Radio 3. L einen neuen Kreis L t n der die Perpendikulare c d in t, und die Axe a x in n schneidet.

Auf gleiche Weise setze man wiederum den einen Cirkelfuß in 4, öffne den Cirkel bis L, und beschreibe aus 4 mit dem Radius 4 L einen Cirkel l u o, der die Perpendikulare d c in u, und die Axe a x in o schneidet.

So

So verfahre man nun noch mit den übrigen Punkten 5 und 6; so bekommt man auf der Perpendikularline d c die Punkte v und w, und auf der Axe a x die Punkte p q.

Aus den Punkten r, s, t, u, v, w. ziehe man nun mit der Axe a x lauter Parallellinien, und aus dem Punkte l, m, n, o, p, q, mit d c ebenfalls lauter Parallellinien, diese werden sich Durchscheidungsweise begegnen, in den Punkten e, f, g, h, i, k, welche, wenn sie zusammengezogen werden, den einen Arm der Parabel ausmachen. Verfährt man auf der andern Seite nun eben so, oder trägt auf den Linien e l e; f m f; g n g; ꝛc. von der Axe a x aus, die Weiten l e, m f, n g, ꝛc. gegen die linke Hand ab; so bekommt man den Arm der Parabel.

Um den Brennpunkt einer Parabel zu finden; so theile man den Parameter L a in vier gleiche Theile, und setze ein Viertel von dem Scheitelpunkt a nach x auf die Axe a x; so findet sich der Punkt für den gesuchten Brennpunkt der Parabel.

Tab

Tab. XXI. Figur 70.

VI. Aufgabe. Hyperbelen zu construiren.

Auflößung. Als Axen zu dieser Kegelschnittslinie seyen gegeben die Linien a b und gd. Die Axe a b werde in dem Punk c in zwey gleiche Theile b c und c a getheilt. In dem Mittelpunkt c werde durch b a eine Kreutzlinie g d gezogen, welche erstere rechtwinklicht durchschneidet, und wovon der Theil c d dem Theil c g gleich sey. Nun setze man eine Cirkelspitze in d, und öffne die andere bis a, mache sohin mit der Weite d a, aus dem Mittelpunkt c in der aus c nach beyden Seiten verlängerten Axe b a, zwey Durchschnitte in F und f. welche die Brennpunkte der Hyperbel seyn werden.

Weiter ziehe man auf einer besondern Stelle eine etwas lange Linie a m, nehme die Axe a b in den Cirkel, und trage sie von a nach m aus a in b. desgleichen nehme man auf dem Stücke b m die Punkte 1, 2, 3, 4, 5. 6. ꝛc. doch so, daß der Theil a 1. länger sey, als

als die Weite von F bis f. die übrige Punkte 2, 3, 4, 5, ꝛc. können so nahe bey 1. und bey einander liegen, als es selbsten beliebet.

Nach dieser Vorrichtung wird sich nun die eigentliche Construction der Hyperbel sehr leicht ausführen lassen.

Man fasse nemlich auf der Linie a m das Stück a 1. in den Cirkel, und mache mit dieser Weite aus dem Brennpunkt f nach der Seite von F über und unter f F Bögen, lasse den Cirkel in der nemlichen Weite, setze ihn in F und mache nach der Gegend von f über und unter F f Bögen. Nun fasse man das Stück b 1, in den Cirkel, und mache aus F und f, oberhalb und unterhalb f F Bogen, welche die ersten in den Punkten 1. schneiden; so hat man die vier Punkte bey 1. in der Hyperbel. Eben so fasse man das Stück a 2 auf Linie a m, und beschreibe aus F und f oberhalb und unterhalb die vier Kreutzbogen 2. Faßt man auf der Linie a m nach und nach das Stück a 3, a 4, a 5 ꝛc. und beschreibt aus F und

f,

f eben so die Kreutzbögen 3, 4, 5, ꝛc. so kommen endlich die Punkte zum Vorschein, welche, wenn sie zusammengezogen werden, die vier Arme der Hyperbel ausmachen.

Die zwey Arme der Hyperbel nach f zu, sind den zweyen Armen nach F zu gerade entgegengesetzt. Sonsten aber machen die zwey Arme nach f eben so gut einen Theil der Hyperbel, wie die Arme nach F zu.

Weil nun die Theile der Hyperbel nur der Lage nach verschieden sind, jeder Theil aber vor sich allein als eine Hyperbel angesehen werden kann; so heissen beyde Theile zusammen, entgegengesezte Hyperbelen.

VIII. Capitel.

Von Dreyecken, Vierecken und Vielecken auf gegebene gerade Linien errichtet.

Tab. XXII. Figur 73.

I. Aufgabe. Auf eine gegebene gerade Linie a b ein gleichseitiges Dreyeck zu beschreiben.

Auflößung Aus den zwey äussersten Punkten der gegebenen Linie a und b beschreibe man mit der Weite der ganzen Linie a b zwey gleich große Bögen, welche sich in dem Punkten c durchschneiden. Die drey Punkte a b c ziehe man durch gerade Linien zusammen, und das gleichseitige Dreyeck ist beschrieben.

Tab. XXII. Figur 74.

II. Aufgabe. Aus zwey gebebenen geraden Linien a b und c, einen gleichschenklichten Triangel zu construiren.

Auf-

Auflößung. Man fasse die Linie c in den Cirkel, und beschreibe auf den zweyen äussersten Punkten a und b der Linie a b zwey Bögen, welche sich in dem Punkt d durchschneiden. Die drey Punkte a, b, und d ziehe man durch gerade Linien zusammen, so ist das gleichschenklichte Dreyeck beschrieben.

Tab. XXIII. Figur 75.

III. Aufgabe. Aus drey gegebenen geraden Linien f, i; e, h; g k; ein Dreyeck zu machen.

Hahn § 76.

Auflößung. Von den drey gegebenen Linien werde eine zur Grundlinie gewählt, wie hier die Linie e h. Darauf fasse man die Weite der einten der gegebenen Linien g, k; und mache aus e einen Bogen n o; mit der Weite der dritten Linie f i, beschreibe man aus h die Bogen l m. welche beyde Bögen sich in p durchkreutzen werden. Nun ziehe man die Punkte e h und p durch gerade Linien zusammen, und der Aufgabe ist Genüge geleistet.

An-

Anmerkung. Aus den drey gegebenen Linien müssen allezeit zwey Linien länger seyn als die dritte, sonsten ist es unmöglich den Triangel zu schliessen.

Tab. XXII. Figur 76.

IV. Aufgabe. Aus zwey gegebenen geraden Linien a b; und a c; und einem geradlinichten Winkel d ein Dreyeck zu construiren.

Auflösung. Man wähle eine der gegebenen Linien hier a b zur Grundlinie des Triangels, aus einem Endpunkte derselben, hier b trage man nach der ersten Aufgabe des V. Capitels, den gegebenen Winkel d. ab. Ziehe die Linie b c in gebührlicher Länge. Hierauf fasse man die Linie a b in den Cirkel, beschreibe aus a an der Grundlinie des Dreyecks den Bogen e f, welcher die Linie b c in c abschneiden wird. Werden die beyden Punkte a und c durch eine gerade Linie zusammengezogen, so ist auch dieser Triangel aus zweyen Linien und einem Winkel construirt.

Tab.

Tab. XXIII. Figur 77.

V. Aufgabe. Aus einer gegebenen geraden Linie a b, und zweyen geradlinichten Winkeln c und d, ein Dreyeck zu beschreiben.

Auflößung. Auf die gegebene Linie a b. trage man aus einem Punkt a den einen Winkel, hier a, aus dem andern Punkt b dem andern Winkel, hier c, und ziehe die Linien a e, und b e, welche sich in e schneiden, und zu gleich das Dreyeck formiren werden.

Tab. XXIII. Figur 78.

VI. Aufgabe. Auf eine gegebene Linie a b einen Triangel a, b, o, zu zeichnen, welcher einem gegebenen Dreyecke c d n ähnlich sey.

Auflößung. Auf den beyden Endpunkten der Linien a b; a und b, trage man die Winkel des vorgegebenen Dreyeckes ab, nemlich

auf a den Winkel e c f; welchem i a k gleich ist, und auf b den Winkel g d h. welchem m b l gleich ist. Ziehe die Schenkel a k und b l, und verlängere sie, bis sie sich in o schneiden; so ist ein Dreyeck verfertigt, welches dem gegebenen kleinern Triangel c d n. ähnlich ist.

Tab. XXIII. Figur 79. 80.

VII. Aufgabe. Aus der obern Spitze eines spitz = oder stumpfwinklichten Triangels a c b oder a b c, eine Perpendikularlinie zu fällen.

Auflößung. Man zertheile die größte Seite des vorgegebenen Triangels in zwey gleiche Theile, in d; unterdessen verlängere man, wenn es erforderlich seyn sollte, die Grundlinie des Triangels, wie bey Figur 80 geschehen; beschreibe sodann mit dem Radius d b, oder d c einen Cirkelkreis, welcher die ordentliche oder verlängerte Grundlinie a b, in f durchschneidet, ziehe endlich die gerade Linie c f, so

ist

ist solche die Perpendikulare, welche die Höhe des Triangels bestimmt.

Tab. XXIII. Figur 81.

VIII. Aufgabe. Auf einer gegebenen geraden Linie a b ein reguläres Viereck, oder ein Quadrat zu errichten.

Auflößung. Erste Art. An einem der Endpunkte der gegebenen Linie, errichte man nach Anleitung der IV. Aufgabe des ersten Capitels, im vierten Abschnitte, eine Perpendikularlinie a c; gebe solcher die Höhe der gegebenen Linie a b. Mit nemlicher Weite mache man aus c einen Bogen bey d, und eben so aus b eben daselbst. Beyde Bögen werden sich einander schneiden. Wird nun c, d; und d, b; durch gerade Linien zusammen gezogen, so ist das begehrte Quadrat construirt.

Tab. XXIII. Figur 82.

Zweyte Art. Aus dem einen Punkte der gegebenen Linie a b, werde mit der Weite a b

der Bogen b c, beschrieben, und aus dem andern Endpunkte nemlicher Linie der Bogen a g; beyde Bögen werden sich durchschneiden in dem Punkte d. Aus d trage man die unverrückte Weite b d in c. Aus diesen zweyen Durchschnittspunkten d und c beschreibe man mit der nemlichen Weite c d zwey Bögen, welche sich in e durchschneiden. Aus dem Punkt a, und dem Durchschnittspunkte e, ziehe man die gerade Linie a f e, welche den Bogen c b in f durchschneidet. Man fasse nunmehro die Weite a b, und trage sie aus dem Punkt f nach g, ziehe endlich die Punkte a f g b durch gerade Linien zusammen; so ist das Quadrat auch auf diese Art verfertigt.

Tab. XXIV. Figur 82.

IX. Aufgabe. Aus zweyen vorgegebenen geraden Linien ab und c d, ein rechtwinklichtes Parallelogrammum zu construiren.

Auflößung Man errichte auf der längern Linie a b eine Perpendikularlinie a e; mache die

die Weite a g gleich der kleinern Linie c d. Mit eben dieser Weite werde aus dem Punkt b oberhalb desselben ein kleiner Bogen gerissen. Nochmalen fasse man die Weite der längern Linie a b, und schreibe damit aus dem Punkt g einen andern kleinern Bogen, welcher den ersten durchschneide in dem Punkt f. Werden die Punkte g f b mit geraden Linien zusammengezogen, so ist der Aufgabe Genüge geschehen.

Tab. XXIV. Figur 83.

X. Aufgabe. Auf einer vorgegebenen geraden Linie a b, eine Rauten-Vierung oder Rhombus zu zeichnen, welche einen gegebenen Winkel g enthalte.

Auflößung. Auf dem Punkt a der gegebenen Linie mache man den Winkel c a d, gleich dem gegebenen Winkel g; ziehe die gerade Linie a d e. Die Seite a e mache man der Seite a b, gleich. Mit dieser unverrückten Cirkelweite mache man aus e einen Cirkelbo-

gen, und einen nemlichen aus b, welche beede Bögen sich in f schneiden werden. Man ziehe die Punkte e, f, und b, durch gerade Linien zusammen, so ist die Rautenvierung construirt, welche auf a und f den gegebenen Winkel enthält.

Tab. XXIV. Figur 84.

Hahn p. 75.

XI. Aufgabe. Aus zwey gegebenen Linien h i, und k l, und einem Winkel g, eine ablange Rautenvierung zu beschreiben.

Auflößung. Bey i der Linie h i, trage man den Winkel m i n auf, welcher dem gegebenen Winkel g gleich sey, und ziehe die Linie i n p; auf diese trage man die Weite k l, aus h nach o die nemliche Weite mittelst eines Cirkelbogens. Aus p trage man die Weite i h ebenfalls nach o durch einen nemlichen Cirkelbogen, so werden sich solche Cirkelbögen in o durchkreutzen. Werden die Punkte p, o, h durch gerade Linien zusammen gezogen; so ist der ablange Rhombus verlangtermassen beschrieben.

Tab.

Tab. XXIV. Figur 85.

XII. Aufgabe. Aus drey gegebenen Linien a b; c d; e f; und einem Winkel g ein Trapezium zu beschreiben.

Auflößung. Ueber der Linie a b werde aus a der gegebene Winkel g abgetragen, so bekommt man den Winkel h a i. Man ziehe die verlängerte Linie a i c, welcher man die Länge d c gebe. Weiter fasse man mit dem Cirkel die Linie c d, und trage sie aus c nach d. Endlich nehme man auch die Weite e f. und schneide damit aus b den kaum beschriebenen Bogen, wodurch der Durchschnittspunkt d entsteht. Ziehe endlich c, d, und b, durch gerade Linien zusammen, so ist das verlangte Trapezium verfertiget.

Tab. XXIV. Figur 86.

XIII. Aufgabe. Aus vier gegebenen Linien a e; b f; c g und d h; nebst einem beliebigen Winkel ein Trapezoid zu reissen.

Auf-

Auflösung. Man wähle die längste der gegebenen Linien zur Grundlinie, hier d h; aus dem Punkt d mache man den beliebigen Winkel m d l. Ziehe sodann die gerade Linie d l i, auf welche die Länge der Linie c g getragen werde. Aus dem Punkt i, trage man die Länge der Linie b f nach k, und mache daselbst einen kleinen Bogen. Endlich fasse man in den Cirkel die Linie d h, und schneide aus dem Punkten h den kaum beschriebenen Cirkelbogen, wodurch sich der Durchschnittspunkt k. ergiebt. Wenn die Punkte i k h durch gerade Linien zusammengezogen werden; so ist auch das Trapezoid d i k h. verfertigt.

Tab. XXV Figur 87.

XIV. Aufgabe. Auf einer gegebenen Linie a b ein reguläres Fünfeck zu errichten.

Auflösung. Die gegebene Linie a b verlängere man nach c in gleicher Länge von a b. Aus den zwey Punkten a und c werden mittelst der beyden Cirkelbögen, welche sich oberhalb

der

der Linie a c in l durchschneiden, die Perpendikularlinie b e l errichtet. Aus dem Punkt b beschreibe man mit der Weite a b den Bogen a e d, welcher die Perpendikularlinie b e l in e durchschneidet. Unterdessen theile man die Linie a b in zwey gleiche Theile bey k, und merke diesen Theilungspunkt. Setze sohin den Cirkel in k, und beschreibe mit der Weite k e. einen Bogen e f. Nunmehro fasse man die Weite a f in den Cirkel, und beschreibe aus a und b oberhalb dieser Linie Bögen, welche sich in g durchschneiden. Welcher Punkt die Höhe des Fünfeckes bestimmt. Wiederum faße man mit dem Cirkel die erst gegebene Weite a b, und trage sie aus g nach i und h mittelst eines kleinen Cirkelbogens, eben so trage man die nemliche Weite aus a und b nach i und h mittelst nemlicher kleiner Cirkelbogen, welche sich beyderseits durchkreutzen werden in i und h. Endlich ziehe man die Punkte a i g h b durch gerade Linien zusammen, so ist das reguläre Fünfeck auf der gegebenen Linie errichtet.

Tab XXVII. Figur 95.

XV. Aufgabe. Auf eine zweyte Art ein reguläres Fünfeck über einer gegebenen Linie a b zu errichten.

Auflößung Man mache die gegebene Linie a b noch einmal so lang mit a c. Aus a reisse man den halben Cirkel c l b. theile solchen in so viele Theile, als das Vieleck Seiten bekommen soll, hier in fünf Theile. Ziehe sodann allemal von dem Centro des halben Cirkels, hier von a, auf den anderen Theil, von c an zu zählen, eine Linie, welche hier a l oder a 3. ist. Diese Linie theile man nach der oben gegebenen Anweisung durch die Linie f g. in zwey gleiche Theile, und ziehe auch f g. Eben so theile man a b in zwey gleiche Theile, und ziehe die Linie d e, beyde dieser Linien werden sich in dem Durchschnittspunkt h schneiden. Aus h beschreibe man mit der Weite h a, oder h b, oder h l. eine Cirkellinie a l k i b. und trage in diese noch die drey andern Seiten des verlangten Fünfeckes, bey k und

und i. Zieht man nun die Punkte a l k i b. durch gerade Linien zusammen, so ist das reguläre Fünfeck auch auf diese zweyte Art errichtet.

Anmerkung. Diese Methode läßt sich nicht nur auf das Fünfeck, sondern allemal da anwenden, wo ein reguläres Vieleck über einer geraden Linie errichtet werden solle.

Tab. XXVII. Figur 96.

XVI. Aufgabe. Auf eine dritte Art ein reguläres Fünfeck über einer gegebenen Linie a b zu errichten.

Auflößung. Man suche den Polygon-Winkel * des Fünfeckes auf folgende Art zu bekommen. Man dividire die Zahl 360. als soviel jeder Cirkel Theile oder Grade hat, mit der begehrten Anzahl der Seiten des Vielecks, hier

* Polygon oder Vielecks-Winkel ist derjenige, dessen Scheitelpunkt oder Vertex sich an der Peripherie eines Vieleckes befindet.

hier mit 5, giebt 72. diesen gefundenen Quotienten ziehe man von 180 als der Anzahl der Grade eines halben Cirkels ab, so ergiebt sich ein Rest von 108 Graden; diese 108. Grade machen den Polygonwinkel des Fünfecks aus.

Diesen so gefundenen Vieleckswinkel kann man nun entweder mit einem Transporteur auf den beyden Endpunkten der gegebenen Linie des verlangten Vielecks auftragen, wie in der Figur geschehen ist, und die Schenkel der aufgetragenen Winkel der gegebenen Länge der Seite des Vielecks gleich machen, an deren Enden sodann wiederum die nemliche Polygonwinkel auftragen, und hernach die Schenkel derselben ziehen, wodurch sie sich endlich schneiden, und die Figur des Vieleckes ordentlich schliessen werden; oder man kann den gefundenen Polygonwinkel in zwey gleiche Theile theilen, wie hier in 54, und auf beyden Endpunkten dieser gegebenen Linie mittelst des Transporteurs die Helfte auftragen, und die Schenkel solcher Winkel ziehen, die sich sodann in einem Punkte schneiden, der das Centrum zu demjenigen Cirkel

ab=

abgiebt, in welchen das verlangte Vieleck soll beschrieben werden.

Anmerkung. Auch diese Methode läßt sich auf alle gegebene reguläre Vielecke anwenden.

Tab. XXV. Figur 88.

XVII. Aufgabe. Ueber einer gegebenen geraden Linie a b ein reguläres Sechseck zu beschreiben.

Auflößung. Ueber der Linie a b construire man aus a mit der Weite a b den Bogen b c, und aus b mit der nemlichen Weite den Bogen a c. diese beyden Bögen werden sich in dem Punkt c schneiden, welcher der Mittelpunkt zum verlangten Vieleck ist. Man setze demnach die eine Cirkelspitze in c, und reisse mit der Weite ɡ a, oder ɡ b eine blinde Cirkellinie, in welche die Linie a b in den Punkten g, f, e, d, zu tragen ist. Ziehet man nun die Punkte a g, g f, f e, e d, und d b. mit geraden Linien zusammen; so ist über der

Linie

Linie a b das verlangte reguläre Sechseck construirt.

Tab. XXV. Figur 89.

XVIII. Aufgabe. Ueber einer gegebenen geraden Linie a b ein reguläres Siebeneck zu errichten.

Auflößung.

Erste Art. Die gegebene Linie a b werde noch einmal so lang nach c verlängert. Man fasse die Weite a c, und reisse damit aus den zween Punkten a und c. zwey gleiche Kreutzbögen, welche sich in dem Punkten d durchschneiden. Mit unverrückter Weite des Cirkels beschreibe man abermalen aus dem zween Punkten d und c zwey gleiche Kreutzbögen, welche sich in e durchschneiden. Nun ziehe man die gerade Linien b d und a e; so werden sich solche durchkreutzen in dem Punkten f. Jetzt fasse man die Weite a f, und beschreibe aus den Punkten a und b über der Linie a b, zwey Cirkelbö-

kelbögen, welche sich in g durchkreutzen. Aus diesem Durchschnittspunkte g beschreibe man mit dem Radio g a, oder g b, eine blinde Cirkellinie, und trage in solche die gegebene Linie a b in den Punkten h, i, k, l, m. hänge endlich solche durch gerade Linien nach Anweisung der Figur zusammen, so ist das verlangte reguläre Siebeneck auf der gegebenen Linie nach der ersten Art construirt.

Tab. XXV. Figur. 90.

XVIIIa. Aufgabe. Auf eine gegebene gerade Linie a b ein reguläres Siebeneck zu errichten.

Auflösung.

Zweyte Art. Man construire auf einer besondern Stelle einen gleichseitigen Triangel von beliebiger Grösse, doch gebe man einer Seite desselben eine grössere Länge, als die der gegebenen Seite des Vieleckes ist. Die Grundlinine dieses Triangels sey also c d, und die Seiten c e, und d e demselben gleich. Es werde

de c d in i, in zwey gleiche Theile getheilt, und aus diesem Punkte die Perpendikularlinie i e errichtet. Auf diese bringe man das Maaß der Linie a b, welche von e bis h reicht. Durch h ziehe man mit der Grundlinie c i d, gleichlaufend die Linie f, h, g, welche den Radium zu der Peripherie des Siebenecks giebt. Diese fasse man also in den Cirkel, und beschreibe aus a und b zwey Bögen, welche sich in i durchkreutzen, und zugleich das Centrum für die zu beschreibende blinde Cirkellinie geben, in welche die Linie a b, in den Punkten o, n, m, l, k, herumzutragen ist. Werden diese Punkte durch gerade Linien zusammengezogen, so ist das reguläre Siebeneck auf der gegebenen Linie auch nach einer zweyten Art errichtet.

Tab. XXVI. Figur 91.

XIX. Aufgabe. Auf einer gegebenen geraden Linie a b ein reguläres Achteck zu errichten.

Auflößung. Aus dem Endpunkte der Linie a b beschreibe man ober und unterhalb derselben

ben zwey gleich grosse Cirkelbögen, welche sich durchschneiden in den Punkten c und d. Durch diese beyde Punkte ziehe man die gerade Linie c d, welche die Linie a b in ihrer Mitte und zwar senkrecht durchschneidet. Hierauf fasse man die Helfte g a, oder g b. und trage solche aus dem Punkt g nach e welche gemerkt werde mit e. Alsdenn fasse man in den Cirkel die Weite e b, und trage solche aus e in den Punkt f der Perpendikularlinie c g. Dieser so bestimmte Punkt f ist der Mittelpunkt zu der beschreibenden blinden Cirkellinie, welche mit dem Radius f a, oder f b. zu reissen ist. In solche wird nun die gegebene Linie a b noch siebenmal herumgetragen, und das Achteck ist auf die begehrte Weise aufgerissen.

Tab. XXVI. Figur 92.

XX. Aufgabe. Auf eine gegebene gerade Linie a b ein reguläres Neuneck zu errichten.

Auflößung. Die gerade Linie a b werde durch die winkelrechtgezogene Linie d f g in

zwey gleiche Theile getheilt. Man fasse die Weite der Linie a b, und mache aus a b zwey Bögen, welche sich durchkreutzen in c. Weiters nehme man die Weite f a, oder f b, und trage solche aus c auf die Linie d f g, so erhält man den Punkten e. Dieser ist der Mittelpunkt zu der blinden Cirkellinie, in welcher die Linie a b noch achtmal herumzutragen ist, wodurch man das verlangte reguläre Neuneck über der Linie errichtet erhält.

Tab. XXVI. Figur 93.

XXI. Aufgabe. Ueber einer gegebenen geraden Linie a b ein reguläres Zehneck zu errichten.

Auflößung. Man suche nach der XIV. Aufgabe dieses Capitels den obern Punkt g. als den eines Fünfecks, so über der Linie a b. soll errichtet werden. Aus diesem obersten Punkte g. werde mit der Weite g a, oder g b. eine blinde Cirkellinie beschrieben, und in diese die Linie a b noch neunmal herumgetragen; so ist auch das Zehneck construirt.

Tab.

Tab. XXVI. Figur 94.

XXII. Aufgabe. Auf eine vorgegebene gerade Linie a b reguläre Polygone vom Sechseck an bis zum Zwölfeck zu construiren.

Auflößung. Die gegebene Linie a b. theile man bey c in zwey gleiche Theile, und errichte, aus diesem Punkte die Perpendikularlinie c d. Sohin fasse man mit dem Cirkel die Weite a b, und beschreibe damit aus a dem Bogen b e, und aus b den Bogen a e; den Bogen b e zertheile man in sechs gleiche Theile, und merke die Punkte f, g, h, i, k. Nunmehr setze man den Cirkel in e, und beschreibe mit der Weite e f den Bogen f l; aus nemlichem Punkte e mit der Weite e g, den Bogen g m; weiter aus nemlichem Punkte e den Bogen h n, i o, k p, und endlich den ganzen Cirkel b q a. welcher die Kreislinie des Secksecкes ist. Der Punkt l auf der Linie c d ist sodann das Centrum des Cirkels für

das Siebeneck; m der Mittelpunkt des Cirkels für das Achteck; n das Centrum für die Creislinie zum Nuneck, und so ferner. Wird in alle diese Kreise, nemlich von dem für das Sechseck, bis zum Kreis für das Zwölfeck die Linie a b nach Anweisung der Figur herumgetragen; so ist ein Sechs- Sieben- Acht- Neun- Zehn- Eilf- und Zwölfeck beschrieben, in welchen allen die Seiten die nemliche sind.

Tab. XXVII. Figur 97.

XXIII. Das Centrum oder den Mittelpunkt eines vorgegebenen Cirkels c e d f zu finden.

Auflößung. Man reisse in den Cirkel wie es kommt die Linie a b, zertheile sie auf bekannte Weise in Mitte durch die Perpendikularlinie c d. Diese Perpendikularlinie c d werde durch die Perpendikularlinie e f in zwey gleiche Theile getheilt, so wird sich der Punkt g ergeben, welcher das Centrum des vorgegebenen Cirkels ist.

Tab.

Tab. XXVII. Figur 98.

XXIV. Aufgabe. Zu einem vorgegebenen Cirkelbogen a b c den Mittelpunkt zu finden, um dadurch solchen zu einem ganzen Cirkel zu ergänzen.

Auflösung Man wähle in dem vorgegebenen Bogen einen Punkt b, und beschreibe aus demselben einen Cirkelbogen d e f, der des Bogens ~~d e f~~, abc zwey Theile a b, und b c über ihre Helfte durchschneidet. Mit unverrückter Cirkelöffnung beschreibe man aus den Punkten a und c zwey Cirkelbögen f g, und e d, welche den Cirkelbogen d f in e und g durchschneiden. Durch diese Durchschnittspunkte e d, und f g, ziehe man die beyden Linien f g und d e, welche sich in dem Punkt h durchschneiden werden. Dieser Punkt h wird aber auch zugleich der Mittelpunkt des Bogens a b c, und des denselben ergänzenden Cirkels a b c i seyn.

R. 175. Aus. Tab. XXVII. Figur 99.

XXV. Aufgabe. Drey gegebene Punkte a b c, welche nicht in einer geraden Linie liegen, in eine Cirkellinie zu bringen.

Auflößung. Aus dem mittlern Punkt b werde der Cirkelbogen i h g beschrieben. Mit nemlicher Cirkelweite beschreibe man aus a den Bogen k l, und aus c den Bogen d e. Diese beede Cirkelbögen werden den Bogen i h g in n und o, wie auch in l und m durchschneiden. Man ziehe die Linie n o, und l m, in einiger Verlängerung nach q und d; so werden sie sich bey p durchkreutzen, und dieser Punkt p wird das Centrum zu der Cirkellinie seyn, in welcher die gegebene Punkte desto genauer liegen werden, je genauer man die Vorschrift zur Auflößung dieser Aufgabe befolgt haben wird.

IX. Capitel.

Von eingeschriebenen Figuren.

Tab. XXVIII. Figur 100.

I. Aufgabe. In einen vorgegebenen Cirkel ein gleichseitiges Dreyeck zu beschreiben.

Auflößung. Es werde der Durchmesser b e d gezogen. Mit der Weite d e als dem Radius beschreibe man aus dem Punkten d den Bogen a e c, die Länge a c ist eine Seite des gleichseitigen Dreyeckes, und der vorgegebene Cirkel ist in den Punkten a b c in drey gleiche Theile abgetheilt.

Tab. XXVIII. Figur 101.

II. Aufgabe. In einen vorgegebenen Cirkel ein reguläres Viereck zu beschreiben, oder einen gegebenen Cirkel in vier gleiche Theile abzutheilen.

Auf-

Auflößung. Man ziehe den Diameter a e b, durch dessen Mitte die Kreutzlinie c e d, wodurch der Cirkel bey a c b, und d in 4. Punkten geschnitten worden. Diese hänge man durch die gerade Linien a c, c b, b d, d a, zusammen, so ist sowohl in den vorgegebenen Cirkel das reguläre Viereck beschrieben, als auch der Cirkel selbst in vier gleiche Theile getheilt.

Tab. XXVIII. Figur 102.

III. Aufgabe. In einen vorgegebenen Cirkel ein reguläres Fünfeck zu beschreiben, oder die vorgegebene Cirkellinie in fünf gleiche Theile zu theilen.

Auflößung. Man ziehe den Durchmesser a c b. durch diesen die Kreutzlinie e c d. Den halben Diameter a c theile man in f in zwey gleiche Theile. Setze die eine Cirkelspitze in f, die andern öffne man bis zum Punkt d, mit dieser Cirkelweite werde der Bogen d g beschrieben. Die Chorde dieses Bogens d g ist

der

der fünfte Theil des vorgegebenen Cirkels, diese trage man von d in h, n, m, i, in der Peripherie herum, so ist ein reguläres Fünfeck in den vorgegebenen Cirkel beschrieben, und zugleich die nemliche Cirkellinie in fünf gleiche Theile getheilt.

Tab. XXVIII. Figur 103.

IV. Aufgabe. In einen vorgegebenen Cirkel ein reguläres Sechseck zu beschreiben, oder einen gegebenen Cirkel in sechs gleiche Theile zu theilen.

Auflößung. Man ziehe den Diameter i g k. Setze den Cirkel in i, und beschreibe mit dem Halbmesser i g den Bogen f g h ziehe f i und i h, welches beyde Seiten des Sechseckes sind. Diese trage man auch noch von h nach l, und von f nach m, ziehe diese Punkte ebenfalls zusammen, so ist das reguläre Sechseck in den Cirkel beschrieben, oder die vorgegebene Peripherie in sechs gleiche Theile getheilt.

Anmerkung. Bey geringer Aufmerksamkeit wird jeder wahrnehmen, daß sich die Auflößung dieser Aufgabe in wenigen Worten damit geben lässet, daß man den Halbmesser sechsmal in der Peripherie herumtrage und die Punkte durch gerade Linien zusammen hänge.

Tab. XXVIII. Figur 104.

V. Aufgabe. In einen vorgegebenen Cirkel ein reguläres Siebeneck zu beschreiben, oder den Cirkel in sieben gleiche Theile abzutheilen.

Auflößung. Man ziehe den Halbmesser d b. Mit dessen Weite beschreibe man aus d den Bogen a b c, und ziehe die gerade Linie a e c. die Helfte derselben a e, oder e c ist ein siebenter Theil des vorgegebenen Cirkels.

T b. XXVIII. Figur 105.

VI. Aufgabe. In einen vorgegebenen Cirkel ein reguläres Achteck zu beschreiben, oder

oder einen gegebenen Cirkel in acht gleiche Theile zu theilen.

Auflößung. Man theile durch die Durchmesser den Cirkel in vier gleiche Theile nach der zweyten Aufgabe dieses Capitels. Den Bogen i k theile man durch die Linie g h f. in zwey gleiche Theile, und ziehe die Linie i h, und h k, einen solchen Theil trage man zwischen die drey übrige Quadranten des Cirkels, und ziehe die Punkte mit Linien zusammen; so ist das Achteck in den Cirkel beschrieben.

Tab. XXIX. Figur 106.

VII. Aufgabe. In einen gegebenen Cirkel ein reguläres Neuneck zu beschreiben, oder eine vorgegebene Peripherie in 9. gleiche Theile zu theilen.

Auflößung. Mit der Weite des halben Diameters b a werde aus b der Bogen c a d beschrieben, hernach die Linie c e d gezogen. Abermalen werde mit der Weite des halben

Durch-

Durchmessers a b aus dem Punkt e, der Bogen f g, und mit nemlicher Weite aus f der Bogen e g beschrieben. Aus dem Mittelpunkt a und dem Durchschnittspunkt g. ziehe man die Linie a h g, der Theil d h ist sodann ein verlangter Theil des Neuneckes.

Tab. XXIX. Figur 107.

VIII. Aufgabe. Einen vorgegebenen Cirkel in zehn gleiche Theile zu theilen, oder in einen gegebenen Cirkel ein reguläres Zehneck zu beschreiben.

Auflößung. Man suche nach der dritten Aufgabe dieses Capitels den Bogen k l, als den Bogen eines regulären Fünfecks zu bekommen, diesen theile man durch die Linie a m n in zwey gleiche Theile, und ziehe k m, und m l, trage diese Theile ferner in der Peripherie herum, so ist sowohl der vorgegebene Cirkel in zehn gleiche Theile getheilt, als in den nemlichen Cirkel ein reguläres Zehneck eingetragen.

Tab. XXIX. Figur 108.

IX. Aufgabe. In einen vorgegebenen Cirkel ein reguläres Eilfeck zu beschreiben, oder die gegebene Cirkellinie in eilf gleiche Theile abzutheilen.

Auflößung. Man ziehe den halben Diameter a b, und zertheile ihn in seinem Mittel c, man fasse die Weite c b, und aus den zweyen Punkten c und b beschreibe man zwey Bögen, welche sich in e durchschneiden, der andere Bogen aber den Umkreis in d berühre. Weiter beschreibe man aus dem Punkt d mit der Weite d e den kleinen Bogen e f, und ziehe die gerade Linie c f, diese wird die Seite des begehrten Eilfeckes seyn.

Tab. XXIX Figur 109.

X. Aufgabe. In einen vorgegebenen Cirkel ein reguläres Zwölfeck zu beschreiben, oder diesen Cirkel in zwölf gleiche Theile abzut heilen.

Auflößung. Man verfahre wie bey Einschreibung des Sechsecks in einen gegebenen Cirkel, nach der IV. Aufgabe dieses Capitels, so bekommt man k n, n m, einen dieser Bogen theile man in zwey gleiche Theile, und ziehe die Chorden n p, p m; solch einen Theil, als den halben sechsten Theil, oder zwölften Theil des gegebenen Cirkels trage man ferners in der Peripherie herum; so wird in selbige das verlangte Zwölfeck eingeschrieben seyn.

Tab. XXIX. Figur 110.

XI. Aufgabe. In einem Cirkel die Linien von regulären Dreyeck, bis zum regulären Zwölfeck zu bestimmen.

Auflößung. Man ziehe in dem gegebenen Cirkel die beyde Durchmesser a c b und g c h. Mit dem Halbmesser g c reisse man aus g den Bogen d e, und ziehe die Linie d f e, so ist solche die Seite des Dreyeckes. Zieht man die Punkte a und h zusammen, so giebt diese Linie die Seite des Viereckes. Wird die

eine

eine Cirkelspitze in f gesetzt, mit f a der Bogen a l gerissen, und die Linie a l gezogen, so ist diese die Seite des Fünfeckes. Der Radius g c aus g an die Peripherie in e getragen, giebt den Bogen, und die Linie g e die Seite des Sechsecks. Die Helfte d f der Linie d f e für das Dreyeck, giebt die Chorde für das Siebeneck, und die Helfte des Bogens b h, nemlich b k die Seite für das Achteck. Theilt man den Bogen des Dreyecks d g e in drey gleiche Theile, so giebt d 2. die Seite des Neunecks. Die Linie c l hingegen, die Seite des Zehnecks. Wird aus b mit dem Radius c b der Bogen c i gerissen, und von l nach i die Linie l i gezogen; so hat man die Seite zum Eilfecke. Wird endlich der Bogen b h als der vierte Theil des Cirkels in drey Theile getheilt, und die Linie h i gezogen; so hat man die Seite zum Zwölfeck.

Tab. XXX. Figur 111.

XII. Aufgabe. In einen vorgegebenen Cirkel ein Vieleck von verlangten Seiten

ein

einzutragen, hier ein reguläres Dreyzehneck. Oder eine vorgegebene Cirkellinie in dreyzehn gleiche Theile zu theilen.

Auflößung. Man ziehe den Durchmesser a b. Aus dem Punkte a ziehe man in gebührlicher Länge die Linie a c, und trage darauf, von a angefangen, dreyzehn gleiche Theile, den lezten Theil hänge man durch die Linie b c mit dem Durchmesser zusammen. Durch den Theil oder die Zahl 2. ziehe man die gerade Linie e f d, welche mit der Linie 13 b parallel laufe, und den Diameter in f durchschneide. Nun fasse man die ganze Weite des Diameters a b. und beschreibe aus den zweyen Punkt a und b zwey gleiche Bögen, welche sich in g durchkreuzen. Aus dem Punkt g, und durch den durchschnittspunkt f werde die gerade Linie g f h gezogen; so ist der Theil a h. die Seite des Dreyzehneckes für den gegebenen Cirkel.

Tab.

Tab. XXX. Figur. 112.

XIII. Aufgabe. Nach Renaldins allgemeiner Methode ein begehrtes Vieleck in einen gegebenen Cirkel zu beschreiben.

Auflößung. Das begehrte Vieleck sey ein Eilfeck, so ziehe man in dem vorgegebenen Cirkel den Durchmesser g u und theile solchen in eilf Theile, weil das Vieleck so viel Theile bekommen soll, und bezeichne die Theilungspunkte mit den Zahlen 1. 2. 3. 4. 5. 6. rc. Darauf setze man den Cirkel in g, und beschreibe mit der Weite des ganzen Durchmessers g u den Bogen c u d; eben so aus u mit der nemlichen Weite den Bogen c g d, diese beyde Bögen werden sich in c und d durchkreutzen. Aus dem Punkt d ziehe man durch die Theilungspunkte auf dem Durchmesser 2. 4. 6. 8. und 10. die Linien d 2 a; d 4 b; d 6 c; d 8 d; und d 10 e; ein gleiches thue man aus denen Punkten c und ziehe die Linien c u; c 2 w; c 4 x; c 6 y; c 8 z; c 10 f;

die dadurch in der Peripherie entstandene Punkte ziehe man durch gerade Linien zusammen, so bekommt man das verlangte Vieleck.

Tab. XXXI. Figur 113.

XIV. Aufgabe. Nach nemlicher allgemeiner Methode ein Fünfzehneck in einen Cirkel zubeschreiben.

Auflößung. In dem gegebenen Cirkel ziehe man auf beliebige Weise den Durchmesser a b, über diesem beschreibe man mit seiner Weite zwey Bögen, welche sich in d durchkreutzen, und ziehe die Linie a d und b d, der Diameter des Cirkels werde nun in die begehrte Anzahl Theile, welche das Vieleck haben soll, getheilt, hier also in 15. bezeichne solche Theilungspunkte mit den gehörigen Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, ꝛc. ziehe nunmehro von den Punkt d durch den Theilungspunkt 2. auf dem Durchmesser die Linie d 2 c; so schneidet solche das Stück a c an der Peripherie ab, welches die Seite des Fünfzehneckes ist.

Tab.

Tab. XXXI. Figur 114.

XVI. Aufgabe. Einen vorgegebenen Cirkel in dreyhundert und sechszig Theile zu theilen.

Auflößung. Man ziehe die beyden Diameter a b und c d, welche sich perpendikulär durchschneiden in dem Punkt o. Man fasse den halben Diameter des Cirkels c o, welche Weite der sechste Theil des Cirkels ist, und 60 Grade hält, und trage solchen von c aus, herum in den Punkten e, f, d, g, h. Man fasse die Weite e b, oder welches eins ist, die Hälfte des Bogens c e, oder 30. Grade, und zertheile damit jeden vorhergehenden Bogen in zwey gleiche Theile, so ist der Cirkel vorerst von 30 zu 30 Graden getheilt; den Bogen c i. theile man hierauf in drey gleiche Theile; so wird der erste Punkt k 10 Theile oder Grade; der zweyte Punkt l 20 Grade; und der dritte Punkt i 30 Grade gelten. So theile man jeden der bereits aufgetragenen Theile von zehn zu zehn Grade. Endlich theile man den Theil

c k noch in zwey Theile bey m, welcher Theil fünf Grade giebt. Diesen neuen Theil trage man zwischen die bisher erhaltene zehn Grade rings herum in der Peripherie, so ist solche von fünf Graden zu fünf Graden getheilt. Werden endlich in dieses Spatium fünf Theile eingetragen, und solches um die ganze Peripherie herum wiederholt, so ist der vorgegebene Cirkel verlangtermaßen in seine 360 Grade gegrade eingetheilt.

Von diesen Punkten werden nun nach dem Centro hin Linien gezogen, auch mehrere concentrische Cirkel nach Anweisung der Figur gerissen, und bey den Linien die Zahlen für die Grade eingetragen.

Anmerkung. Wird der Cirkel nur zur Helfte auf die gewiesene Art getheilt, so erhält man das in der Geometrie so nützliche Instrument den Transporteur, wie ihn die nächstfolgende Figur 115 zeigt.

Tab. XXXII. Figur 115. und 116.

XVII. Aufgabe. Aus einem gewöhnlichen Transporteur, einen geradlinichten Quadranten zu verfertigen.

Auflößung. Der in einen geradlinichten Transporteur zu verwandelnde sey Figur 115. Man ziehe Figur 116. die Linie 5 t so groß als b c in Figur 115. Auf dieser Linie 5 t errichte man das Parallellogramm 5 w u t, dessen Seiten s w, und t u, in fünf gleilche Theile durch die geraden Linien 1,1; 2,2; 3,3; 4,4; s t; eingetheilt werden. Nun nehme man auf dem Transporteur Figur 115. die Weite b e, und trage sie in Figur 116 auf der Linie u w aus u in a, giebt 10 Grade; weiters auf den Transporteur die Weite b g, und trage sie auf u w, von u nach b, giebt 20 Grade; wiederum auf dem Transporteur die Weite b i, und trage sie auf u w, von u nach c, giebt 30 Grade u. s. w. bis auf 90 Grade, bemerke auf der Linie u w, alle aufgetragene Punkte a, b, c, d, e, f, g, h,

sorgfältig, durch die Zahlen 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80. Nunmehro nehme man abermalen auf dem Transporteur die Weite a b, und trage sie auf der Linie t s des Parallelogramms von t nach i, giebt 5 Grade; die Weite b f des Transporteurs von t nach k giebt 15 Grade. Die Weite b h des Transporteurs von t nach l, giebt 25 Grade, u. s. f. bis zum 85sten Grade, bemerke auch die auf diese Linie aufgetragene Punkte i, k, l, m, n, o, p, q, r, sorgfältig mit den Zahlen 5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85. und ziehe nunmehro die Transversallinien u i; i a; a k; k b; b l; l c; c m; m d; d n; n e; e p; p g; g q; q h; h r; r w; so ist der geradlinichte Quadrant verfertigt, und die 90 einzelne Grade auf demselben enthalten, daß man sie mit dem Cirkel eben so abnehmen kann, wie oben bey den verjüngten Maaßstäben mit den Theilen einer Linie gelehret werden.

Um diesen Quadranten zum Gebrauch noch vollständiger zu machen, kann man jeden fünften Theil der Linie s u und t u noch in vier

Theile theilen, und sie zusammen ziehen, wie in der Figur durch blinde Linien angezeigt ist, so geben dieselben die viertels Theile eines jeden Grads, in dem ein solcher Zwischenraum 15. Minuten bedeutet. Ist die Figur groß und breit genug; so kann man auch sechs Linien für jeden Haupttheil annehmen, und gilt sodann jeder Zwischeuraum 10. Minuten, als den sechsten Theil eines Grades, dergleichen kleine Eintheilung man bey einem gewöhnlichen Transporteur, wenn er nicht von besonderer Grösse ist, nicht bewerkstelligen kann.

Tab. XXXII. Figur 117.

XVIII. Aufgabe. Mittelst dieses geradlinichten Quadratens einen vorgegebenen Winkel zu messen.

Auflößung. Der vorgegebene Winkel sey b a c. fasse auf dem Quadranten Figur 116. mit dem Cirkel die Weite von 60. Graden, und beschreibe mit diesem Radius aus dem Vertex a des gegebenen Winkels den Bogen d e; nunmehro

mehro nehme man die Weite des Bogens d e, und stelle solche zu erst auf die Linie u w, zeigt es sich, daß sie nicht ganz auf diese Linie einpassen will, so verfahre man, wie bey Messung einer Linie auf dem verjüngten Maaßstabe, bis die gefaßte Weite auf irgend einer der gezogenen Linien eintrifft; und sehe zu, welche Zahlen sie abschneidet; Diese geben die Bestimmung für die Anzahl des Winkels, welche in vorliegender Figur 36.° 30′. ist.

Anmerkung. Wäre ein Winkel zu messen, der die Anzahl von 90. Graden übersteigt; so trage man zuerst 90 Grade auf, fasse sohin den noch übrigen Rest, und messe solchen wie kaum gewiesen worden, addire dieses gefundene Maaß zu 90. Graden; so ist auch ein Winkel mit einem Instrument gemessen, dessen Anzahl Grade nur bis 90. gehet.

Tab. XXX. Figur 118.

XIX. Aufgabe. Einen Winkel nach einer verlangten Anzahl Grade aufzutragen.

Auf-

Auflößung. Es werde verlangt, daß ein Winkel von 41.° 36′ aufgetragen werden solle. Auf die Linie e f trage man mit der Weite von 60 Graden, als welche auf dem Quadrauten zu nehmen sind, den Bogen g h auf. Sodann fasse man auf dem Quadranten das Maaß von 41.° 36.′ und trage solches auf den gerissenen Bogen von h nach g, ziehe die Linie egd; so ist der Aufgabe Genüge geleistet.

Anmerkung. Wäre ein stumpfer Winkel aufzutragen gegeben; so verfahre man auch hier nach Anweisung in der Anmerkung zu vorhergehender Aufgabe; nemlich man trage auf dem mit der Weite von 60 Graden gerissenen Bogen, zu erst 90 Grade auf, faße sohin die noch abgehende Grade, und trage sie auf dem Bogen an die aufgetragene 90 Grade.

Tab. XXXII. Figur 119.

XX. Aufgabe. Wenn zwey Seiten unterschiedlicher Polygone in die Circumferenz eines Cirkels getragen sind; zu erfahren.

ren, was der Unterschied beyder Cirkelbogen für eine Polygonseite fasse, und was demnach für ein reguläres Vieleck in den Cirkel zu beschreiben komme?

Auflößung. Man multiplicire die Zahl der Seiten beyder Polygone mit einander; so giebt das Product die Zahl der Seiten des Polygons, welches in dem Cirkel durch den Unterschiedsbogen beschrieben werden kann. Es hält aber der Unterschiedsbogen jederzeit soviel Seiten des neuen Polygons, welches aus dem vorgegebenen entspringt, in sich, um wie viel die Seiten der gegebenen Polygone von einander differiren. Derowegen ist die Anzahl der Seiten beyder gegebenen Polygone auch von einander abzuziehen, und der Differenzbogen in soviel gleiche Theile einzutheilen, als der Rest der Subtraction mit sich bringt; so bekommt man die Länge der Seite, des aus beyden gegebenen Vielecken enspringenden Polygons.

Z. B. Es seyen in Figur 119. zwey Polygone in dem Cirkel aus einerley Anfangspunkt

punkt a beschrieben, das eine ein Viereck, dessen Seite a c; das andere ein Sechseck, dessen Seite a b; so ist der Unterschiedsbogen, welchen beede Seiten machen, b d; und fragt c sich, was für ein Polygon auf diesem entstehe, und in den Cirkel zu bringen sey? die Antwort ist: ein vier und zwanzig Eck, weil viermal sechs vier und zwanzig aus machen. Dieweilen aber das Sechseck von dem Viereck um 2. unterschieden ist; so hat der Unterschiedsbogen b ^{c}d, nicht nur eine, sondern zwey Seiten des vier und zwanzig Eckes in sich. Derowegen ist b ^{c}d in zwey gleiche Theile zu theilen, damit man die begehrte Seite des vier und zwanzig Ecks bekomme.

Nach diesem Fundament ist nachstehende Tafel ausgerechnet, vermittelst welcher man alsobald zwey Polygone vom Dreyeck bis auf das Fünfzehneck zusammen nehmen, und das aus dem Unterschiedsbogen entspringende Polygon ersehen und folgends verfertigen kann. Denn man nehme nur das eine Polygon zur

linken

linken Seite, das andre oben herab; so giebt der Zusammenlauf der Columnen und Linien das neue Polygon, z. B. das Fünfeck oben, und das Neuneck zur Seiten, geben ein Fünf und vierzigeck, und der Unterschied des Bogens wird in vier Theile getheilt.

(Siehe folgende Tabelle.)

	III.											
IV.	12. 1.	IV.										
V.	15. 2.	20. 1.	V.									
VI.	18. 3.	24. 2.	30. 1.	VI.								
VII	21. 4.	28. 3.	35. 2.	42. 1.	VII.							
VIII.	24. 5.	32. 4.	40. 3.	48. 2.	56. 1.	VIII.						
IX.	27. 6.	36. 5.	45. 4.	54. 3.	63. 2.	72. 1.	IX.					
X.	30. 7.	40. 6.	50. 5.	60. 4.	70. 3.	80. 2.	90. 1.	X.				
XI.	33. 8.	44. 7.	55. 6.	66. 5.	77. 4.	88. 3.	99. 2.	110.1.	XI.			
XII.	36. 9.	48. 8.	60. 7.	72. 6.	84. 5.	96. 4.	108.3.	120.2.	132.1.	XII.		
XIII.	39.10.	52. 9.	65. 8.	78. 7.	91. 6.	104.5.	117.4.	130.3.	143.3.	156.1.	XIII.	
XIV.	42.11.	56.10.	70. 9.	84. 8.	98. 7.	112.6.	126.5.	140.4.	154.3.	168.2.	182.1.	XIV.
XV.	45.12.	60.11.	75.10.	90. 9.	105.8.	120.7.	155.6.	150.5.	165.4.	180.2.	195.2.	210.1.

Tab. XXXIII. Figur 120

XXI. Aufgabe. Auf einer vorgegebenen geraden Linie ein Stück eines Cirkels zu beschreiben, in welchem Stücke ein Winkel sich befinde, der einem gegebenen d gleich sey.

Auflößung. Der Winkel c werde mittelst der Linie f b g dem gegebenen Winkel d gleich gemacht; aus dem Punkt b werde auf der Linie f b g. eine Perpendikularlinie von ungefährer Länge errichtet. Sohin theile man die gegebene Linie a b, in zwey gleiche Theile, bey h; und errichte die Perpendikularlinie h i, welche die Linie b e in i schneidet. Aus diesem Punkt i als Centro, schreibe man mit der Weite i b einen Cirkelbogen, b e a welcher die Linie b e in dem Punkt e durchschneidet. Zuletzt ziehe man die Punkte a e, zusammen, so wird der Winkel d gleich seyn, und alle Winkel welche aus den Punkten a und b an diesen Cirkelbogen gezogen werden, sind dem Winkel d, folglich unter sich gleich.

Tab. XXXIII. Figur 121.

XXII. Von einem gegebenen Cirkel b c a ein Stück oder einen Bogen abzuschneiden, in welchem ein Winkel stehen könne, der einem gegebenen Winkel f gleich sey.

Auflößung. Man ziehe die Linie d a, welche den Cirkel in dem Punkt a berühre. Den Winkel b a d, mache man dem gegebenen Winkel f gleich. Die gerade Linie a b wird nun dieselbe seyn, welche den Cirkel also zertheilt, daß in dem Cirkelstücke b c a, alle Winkel, h h h so aus den zween Punkten b a in diesen Umkreis gezogen sind, unter einander so, wie dem gegebenen Winkel f. gleich seyn werden.

Tab. XXXII. Figur 122.

XXII. Aufgabe. In einem vorgegebenen Cirkel b a c. einen Triangel zu beschreiben, dessen drey Winkel, dreyen Winkeln eines vorgegebenen Triangels i k l gleich seyen.

Auf=

Auflößung. Man ziehe die Linie e f, welche den Cirkel in dem Punkt a berührt. Mache den Winkel e a h dem Winkel k gleich, und den Winkel g a f, gleich dem Winkel i. Es werden die geraden Linien a h c, und a g b, gezogen, sodann die zwey Punkte b c zusammen gezogen; so ist der Triangel b a c verfertigt, der drey Winkel enthält, welche den dreyen Winkeln in dem gegebenen Triangel gleich sind. Nemlich der Winkel o ist gleich dem Winkel i, der Winkel * gleich dem Winkel l; oder der Winkel k gleich dem Winkel m.

Tab. XXXIII. Figur 124.

XXIV. Aufgabe. In einen vorgegebenen Triangel a b c einen Cirkel zu beschreiben.

Auflößung. Man theile die Winkel a und b in zwey gleiche Theile, durch zwey gerade Linien, welche sich in d durchschneiden. Aus dem Punkt d errichte man auf die Linie a b die Perpendikularlinie f d e, damit sich der Anrüh-

rührungspunkt f auf der Linie a b ergebe. Aus dem Centro d reisse man mit dem Radius d f den Cirkel f g h, der bey angewandter Accuratesse in Befolgung der gegebenen Vorschrift genau in dem vorgegebenen Triangel wird beschrieben seyn.

Tab. XXXIII. Figur 123.

XXV. Aufgabe. In ein vorgegebenes Quadrat a b c d einen Cirkel ein zu schreiben.

Auflößung. Man ziehe die beyde Diagonallinien a d, und b c, welche sich in dem Punkt e schneiden werden. Aus e lasse man auf die Linie a b die Perpendikulare e g fallen, damit man den Berührungspunkt f bekomme. Mit dem Radius e f beschreibe man den Cirkel f h k i. so wird solcher accurat in das vorgegebene Quadrat eingeschrieben seyn.

Tab. XXXIV. Figur 125.

XXVI. Aufgabe. In ein vorgegebenes reguläres Fünfeck a h i b. einen Cirkel zu beschreiben.

Auflößung Man theile die beyde Winkel a und b in zwey gleiche Theile, und ziehe die gerade Linien a f, und b c, welche sich in dem Punkt d durchschneiden. Aus diesem Punkt fälle man die Perpendikularlinie d c auf a b. Aus dem Centro d schreibe man mit der Weite d c einen Cirkel c k i h g c. so ist auch in dieses Vieleck der verlangte Cirkel beschrieben.

Anmerkung. Auf angegebene Weise, daß nemlich zwey Polygonwinkel eines gegebenen Vieleckes in zwey gleiche Theile getheilt werden, deren Theilungslinien sich im Mittelpunkt desselben durchschneiden müssen, läßt sich in jedes andere gegebene Vieleck ein Cirkel beschreiben.

Tab. XXXIV. Figur. 126.

XXVII. Aufgabe. In einen bestimmten Triangel a b c ein reguläres Viereck zubeschreiben.

Auflößung. An dem Ende der Linie a b bey a werde eine Perpendikularlinie a e errichtet, deren

ren Höhe der Linie a b gleich sey. Aus der Spitze des Dreyecks c fälle man die Perpendikulare c d, oder welches das nemliche ist, mit a e ziehe man d c parallel; die zwey Punkte e und d werden mit einer geraden Linie d e zusammen gezogen. Aus dem Durchschnittspunkt f ziehe man mit der Linie c d die Parallele f g. aus dem Punkt g, endlich mit f h die Parallele g i. Wodurch der Aufgabe Genüge geleistet seyn wird.

Tab. XXXIV. Figur 127.

XXVIII. Aufgabe. In einen vorgegebenen Triangel a k b ein reguläres Fünfeck zu beschreiben.

Auflößung. Aus dem Punkte a werde mit der Weite oder dem Radius a b ein großer Bogen a c beschrieben. Aus diesem nemlichen Punkte a werde auch eine Perpendikularlinie a d gefället, welche den beschriebenen Bogen berühre in d. Den Bogen b d zertheile man in fünf gleiche Theile, die Weite d g werde ei-

nem Fünftel dieses Bogens gleich gemacht, und die Punkte g a durch die gerade Linie a g vereinigt. Nun theile man die Seite a b. in zwey gleiche Theile bey e, und reisse mit der Weite a e den Bogen e f. Von dem Punkt f, ziehe man die gerade Linie f e i, und mache a h, gleich b i, ziehe auch die Linie e h. Weiter ziehe man von g nach k die gerade Linie g k, welche die Linie e h in m durchschneidet, wodurch die Seite des in das Dreyeck zu beschreibenden Fünfeckes bestimmt wird. Nunmehro setze man den Cirkel in e, und beschreibe mit dem Radius e m dem Bogen e n, und aus dem Punkt l mit der Weite l e den Bogen e o, die Punkte m, n, o, l, ziehe man durch gerade Linien zusammen, so wird sich das in den gegebenen Triangel eingeschriebene Fünfeck zeigen.

Tab. XXXIV. Figur 129.

XXIX. Aufgabe. In ein vorgegebenes Viereck a b c d einen gleichseitigen Triangel zu beschreiben.

Auf-

Auflößung. Es werden die beyde Kreutzlinien, a c, und b d gezogen, welche sich in den Punkt e durchschneiden. Aus diesem Punkte e werde mit dem Radius e a eine blinde Linie a b c d beschrieben. Man behalte diesen Radium im Cirkel, und beschreibe aus d den Bogen f e g, welcher die Seiten des Viereckes in dem Punkt h und i durchschneidet, diese beyde Punkte vereinige man durch die gerade Linie h i; von h i ziehe man nach dem Punkten b gerade Linien, wodurch der verlangte Triangel h i b, welcher in das gegebene Viereck zu beschreiben gewesen ist, zum Vorschein kömmt.

9 dan das gleichseitige △ f g b,

Tab. XXXV. Figur 130.

XXX. Aufgabe. In ein gegebenes reguläres Fünfeck a c d e b einen gleichseitigen Triangel zu beschreiben.

Auflößung. Aus dem Centro des Fünfeckes beschreibe man mit dem Radio f d die Kreislinie c d e b a c. Mit eben diesem Halbmesser aus dem Punkt d den Cirkelbogen

h f i. Den halben Bogen f i zertheile man bey g in zwey gleiche Theile, und ziehe die gerade Linie d g h. Eben so verfahre man auf der andern Seite, und ziehe die Linie d i oder wodurch man den nemlichen Zweck erreicht, aus d werde mit der Weite d h der Bogen h i beschrieben, wodurch man ebenfalls den Punkt i erhält. Man ziehe nunmehro die Punkte d, h, i, mittelst gerader Linien zusammen, so ist der Aufgabe Genüge geleistet.

Tab. XXXIV. Figur 128.

XXXI Aufgabe. In ein reguläres Fünfeck a b c d e ein Viereck einzuschreiben.

Auflößung. In dem gegebenen Polygon a b c d e ziehe man die gerade Linie d c. Aus dem Punkte c werde die gerade Linie c o welche der Linie c d gleich sey, gefället. Die Punkte e o werden durch die gerade Linie e o zusammen gezogen, wodurch die Seite c b. des Fünfecks in f geschnitten wird. Aus diesem Schneidungspunkte ziehe man mit der

Grund=

Grundlinie a b die Linie g f, parallel, und mit c o parallel die Linie f h. Wiederum mit g f die Parallellinie h i, und mit h f die Linie i g, wodurch das verlangte Quadrat in dem gegebenen Fünfeck entsteht.

X. Capitel.

Von umgeschriebenen Figuren.

Tab. XXXV. Figur 132.

I. Aufgabe. Um einen gegebenen Cirkel a c b einen Triangel zu beschreiben, dessen drey Winkel, den dreyen Winkeln eines andern gegebenen Triangels gleich seyen.

Auflößung. Zu beyden Seiten des Triangels g f, verlängre man dessen Grundlinie, und aus dem Centro des Cirkels d ziehe man ungefähr die gerade Linie d a. Den Winkel bey dem Triangel e g i, mache man dem Winkel

a d c gleich; und den Winkel e f h an dem Triangel, dem Winkel b d c im Cirkel. Aus diesen dreyen Punkten a b c. an der Peripherie ziehe man die drey Perpendikularlinien k a m, m b l, und l c k, dergestalt, daß die drey Linien a b, b d, und d c, auf des begehrten Triangels drey Seiten rechtwinklicht zu stehen kommen. So wird um den gegebenen Cirkel ein dem gegebenen Triangel ähnliches Dreyeck beschrieben seyn.

Tab. XXXV. Figur 131.

II. Aufgabe. Um einen vorgegebenen Cirkel a d c b, ein Quadrat zu beschreiben.

Auflößung. Der gegebene Cirkel werde durch die Durchmesser a c und b d in den Punkten a b c d, in vier gleiche Theile getheilt. Mit dem Radius i c, beschreibe man aus den Punkten a d c b gleich grosse Bögen, welche sich in den Durchschnittspunkten e f g h. durchschneiden. Diese Punkte ziehe man mit geraden Linien zusammen, und es wird um den gegebenen

benen Cirkel das verlangte Quadrat richtig beschrieben seyn.

Tab. XXXV. Figur 133.

III. Aufgabe. Um einen vorgegebenen Cirkel a b c d e ein reguläres Fünfeck zu beschreiben.

Auflösung Vorerst beschreibe man in dem gegebenen Cirkel ein reguläres Fünfeck a b c d e. Aus dessen Mittelpunkt ziehe man durch die Mitte jeder fünften Seite die Linien f h; f i; f k; f l; und f g; die Linie f i verlängere man bis e. An diesem Punkt ziehe man eine Berührungslinie g e l, die mit e f, Winkelrecht sey, und zu gleich die Radien f g, f l, in g und l abschneiden wird. Mit dieser Weite schneide man aus dem Centro f auch die Linie f k, f i und f h ab, ziehe die sich ergebende Punkte k i h durch gerade Linien zusammen, so ist um den gegebenen Cirkel das verlangte Fünfeck g h i k e beschrieben.

Tab.

Tab. XXXV. Figur 134 und 135.

IV. Aufgabe. Um einen jeden gegebenen Triangel a b c einen Cirkel zu beschreiben.

Auflößung. Man theile entweder mittelst Cirkelbögen, wie in vorliegenden Figuren geschehen ist, oder auf sonst beliebige Weise, wenigstens zwey Seiten des Triagels in zwey gleiche Theile, und errichte auf selbigen ober- und unterhalb Perpendikularlinien e d; f g; welche sich in dem Punkt h schneiden werden, der das Centrum zu dem Cirkel ist, der um die gegebene Dreyecke soll beschrieben werden.

Tab. XXXVI. Figur 136.

V. Aufgabe. Um einen gegebenen gleichseitigen Triangel a e b ein reguläres Viereck zu beschreiben.

Auflößung. Die Grundlinie a b werde bey d in zwey gleiche Theile zertheilt, und aus d mit der Weite d a, oder d b, ein halber Cirkel a c b construirt. Man fälle die gerade

rade Linie e d c, und verlängere zu beyden Seiten die Grundlinie des Triangels nach f und g dergestalt, daß d f und d g gleich seyen der Linie d e und ziehe die Linie e f und e g. Aus dem Punkt c ziehe man durch die Punkte a und b die Linien c a h und c b i welche sich mit e f und e g in h und i schneiden, wodurch das Viereck c h e i entsteht, das um den gegebenen Triangel a b c, sollte beschrieben werden.

Tab. XXXVI. Figur 137.

VI. Aufgabe. Um einen gegebenen gleichseitigen Triangel a b d ein reguläres Fünfeck zu beschreiben.

Auflößung. Die Grundlinie des Triangels werde durch die gerade Linie d c in zwey gleiche Theile getheilt. Sohin beschreibe man mit einem willkührlichen Radio aus den dreyen Spitzen a, b, und d, drey gleiche Bögen i k, e f; und g h; den Bogen r m, theile man in fünf gleiche Theile. Aus dem Punkt m nehme

me man die Weite m l, oder vier Theile, und schneide damit den Bogen m k ab. Ziehe sohin die gerade Linie d k n, der Bogen x f, werde dem Bogen k l gleich gemacht, und die gerade Linie o b f gezogen, welche die Linie d k in n durchschneidet, und d n und o n einander gleich seyn werden. Nemliches Verfahren wiederhole man für die zwey Seiten d h, und h p. Zuletzt ziehe man die Punkte p o mit einer geraden Linie zusammen; so ist um den gegebenen Triangel das reguläre Fünfeck verlangter massen beschrieben.

Tab. XXXVI. Figur. 138.

VII. Aufgabe. Um ein gegebenes Viereck g h i k einen, einem gegebenen Triangel d e f ähnlichen Triangel zu beschreiben.

Auflösung. Auf der Seite g h des gegebenen Vierecks trage man aus g den Winkel e d f des gegebenen Triangels mittelst des des Bogens l n auf, und ein gleiches thue man aus dem Punkt h, um mittelst des Bogens

gens den Winkel e f d. aufzutragen. Man ziehe die Linie g l c, welche man gegen a verlängere, auch ziehe man die Linie h m c welche gegen b verlängert werde; beyde werden sich in dem Punkt c schneiden. Verlängert man auch die Basin i k des Vierecks zu beyden Seiten, bis solche von den verlängerten Linien c g, und c h, in a und b geschnitten wird; so entsteht der um das gegebene Viereck beschriebene, und dem gegebenen Dreyeck d e f ähnliche Triangel.

Tab XXXVII. Figur 139.

VIII. Aufgabe. Um ein vorgegebenes Viereck a b d c. ein reguläres Fünfeck zu beschreiben.

Auflößung. Durch die gerade Linie e f g werde das gegebene Viereck in zwey gleiche Theile getheilt. Die Seite d b werde nach h verlängert, und mit dem Radius b f der viertels Kreisbogen f h, beschrieben. Diesen theile man in 5 gleiche Theile, in den Punkten

ten 1. 2. 3. 4. 5. Den Punkt 2. und Eckpunkt des Vierecks b vereinige man durch die Linie k b, welche nach g und q verlängert werden. Mit der Weite b f beschreibe man aus den Punkten c und d die Bögen n o, und l m, und gebe diesen die Weite eines Fünftheils des Bogens f i, durch o n, und l m. Aus d. ziehe man die Linie t d m bis q, wo sich die Linie g b mit dieser schneidet, und mache die Seite q t der Seite g q, gleich. Durch nemliches Verfahren werde auch die Linie g r, und r s, gezogen, und endlich die Punkte s und t, durch eine gerade Linie zusammen gehängt, so ist das Fünfeck begehrter massen um das gegebene Vieleck beschrieben.

Tab. XXXVII. Figur 140.

IX. Aufgabe. Um ein vorgegebenes Vieleck, (hier ein Sechseck a f e d c b) ein Vieleck von gleich viel Seiten zu beschreiben.

Auflößung. Man verlängere die zwey Seiten a f und b g dermassen, daß sie sich

in

in g durchschneiden. Die Linie a g werde durch die Line b l k in zwey gleiche Theile zertheilt. Aus dem Mittelpunkt des Vielecks, und dem Durchschnittspunkt g werde die gerade Linie i g h gezogen, welche die Linie k b in dem Punkt l durchschneidet. Hierauf schreibe man aus dem Punkt i mit dem Radio i l, eine blinde Kreislinie, und verlängere l b bis in m; diese Linie l m ist eine Seite des umzuschreibenden Vielecks, welche man nunmehro nur in den Punkten n, o, p, q, herumtragen, und sohin die Linie m n, n o, o p, p q, q l, ziehen darf, um es so vor sich zu sehen, wie es die Figur zeigt.

XI. Ca-

XI. Capitel.

Von Verjüngung oder Verkleinerung der Figuren.

Tab. XXXVIII. Figur 141.

I. Aufgabe. Eine vorgegebene, und nach einem willkührlichen Maaßstabe entworfene Figur a b c d e f nach einem vorgegebenen Maaßstab h zu verjüngen.

Auflößung. Man sehe zu, welche Grösse jede Seite der vorgegebenen Figur a b c d e f nach dem dazu gehörigen Maaßstabe g habe, und merke sich diese Grössen genau. Sodann zertheile man die Figur aus a und b in Triangel. Alsdann, weilen sind z. B. für die Basin a b auf dem Maaßstab g gefunden worden 34 Schuhe; so nehme man auch auf dem kleinern Maaßstab h, 34 Schuhe, und trage sie auf die Linie i k. Wiederum weil die Linie b c auf dem grossen Maaßstabe hält 45 Schuhe; so nehme man auf dem kleinen Maaßstabe

stabe ebenfalls 45 Schuh und mache aus k nach l einen Bogen, endlich weil a c auf dem Maaßstabe g 17 Schuh beträgt, so fasse man auch soviel auf dem kleinen Maaßstabe, und schneide mit dieser Weite von 17 Schuhen aus i den Bogen l; so ergiebt sich der Triangel k i l; dadurch ist nun der kleine Triangel k i l, ähnlich gemacht worden dem vorgegebenen grössern Triangel b a c. Also verfahre man nun mit allen fernern Triangeln der Figur; so wird sich nach und nach die verjüngte Figur k i l m o n ergeben, welche der vorgegebenen grossen Figur b a c d e f ähnlich, in den Winkeln aber ganz gleich seyn wird.

Anmerkung. Wäre die nach dem Maaßstabe h construirte kleinere Figur k i l m o n, gegeben, und müßte solche nach dem Maaßstabe g vergrössert werden, so verfahre man auf nemliche Weise, wie kaum gezeigt worden; und die Figur wird statt verjüngt, vergrössert herauskommen.

Tab. XXXVIII. Figur 141.*

II. Aufgabe. Eine vorgegebene Figur b aus einem in derselben gegebenen Punkte a zu verjüngen, oder zu vergrössern.

Auflößung. Aus dem Punken a ziehe man durch alle Ecken der Figur gerade blinde Linien. Weil nun z. B. die Figur halb so klein als die gegebene werden soll; so theile man jede der gezogenen Linien vom Punkten a aus, in zwey gleiche Theile, wie in vorliegender Zeichnnng die Linie a c und a d bey e und f in zwey gleiche Theile ist zertheilt worden. Wie bey diesen beyden nun verfahren worden ist, so verfahre man auch mit den übrigeu, und ziehe endmlich die Halbtheilungspunkte mit geraden Linien zusammen, so entsteht daraus die verjüngte Figur g, welche gerade die Helfte von b. beträgt.

Anmerkung. Es bedarf kaum einiger Erinnerung, daß diese nemliche Figur auch ums Drittheil ums Viertheil, oder um einen andern kleinern Theil verjüngt oder

vergrössert werden könne, wenn man die Linie a c, und a d, in 3. 4. oder mehrere Theile eintheilt, und sohin die Drittheile, und Viertheile ꝛc. der getheilten Linien zusammen zieht.

Tab. XXXVIII Figur 142.

III. Aufgabe. Eine gegebene Figur i a b c d e f g h. aus einem gegebenen Winkel derselben zu verjüngen oder zu vergrössern.

Auflößung. Man ziehe nach Anweisung der Figur aus dem Winkel i durch alle Ecken gerade Linien, nemlich i b, i c, i d, ꝛc. theile jede dieser geraden Linien in zwey gleiche Theile bey 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ziehe die Abtheilungspunkte mit geraden Linien zusammen; so ist die Figur um die Helfte verjüngt.

Anmerkung. Rücksichtlich der Vergrösserung oder Verjüngung der Figur um mehr als nur die Helfte, gilt das nemliche, was in der Anmerkung zur ersten und zweyten Aufgabe dieses Capitels ist erinnert worden.

Tab. XXXVIII. Figur 143.

IV. Aufgabe. Eine gegebene Figur a. aus einem ausserhalb derselben angenommenen Punkt c dergestalt zu verjüngen, daß die Figur ganz aus ihr selbsten falle.

Auflößung. Aus dem Punkte c ziehe man auf alle aus- und inwendige Winkel der Figur a blinde Linien. Darauf verjünge man jede insonderheit, entweder nach einem beliebigen Maaßstabe, oder theile sie in 2, 3, 4, oder mehrere Theile, je nach dem man es begehrt. In gegenwärtigem Falle wurde die Hälfte gewählt. Also müssen die Linien c d, oder c e. 2c. in ihren Mittelpunkten mit f, und g, 2c. gezeichnet werden. Diese gezeichnete Punkte ziehe man mit geraden Linien zusammen, so ist die vorgegebene Figur unter den vorausgesetzten Bedingungen um die Hälfte verkleinert.

Tab. XXXIX. Figur 144. 145.

V. Aufgabe. Jede vorgegebene Sache A zu verjüngen oder zu vergrössern.

Auf-

Auflößung. Man schliesse nach Anweisung der Figur 144. die vorgegebene Sache, sey sie Gebäude, Landschaft, Landkarte, oder andrer Gegenstand, in eine viereckichte Figur. (Hier wurde ein Quadrat gewählt) Die Seiten dieser Figur theile man in gewisse kleinere Theile, wie hier in 8. und ziehe diese sich ergebene Theilungspunkte zusammen, so entspringt hieraus das Gitter, welches über die Zeichnung in der Figur A. gezogen ist.

Um nun diese Zeichnung im kleinen wie bey B. genau zu copiren; so mache man sich ein kleineres Viereck, und theile solches in eben soviel Theile wie das grosse A. ziehe die Theilungspunkte zusammen, so hat man das Gitter für die kleinere Figur. Nunmehr trage man nach dem Augenmaaße oder mit dem Cirkel alle Theile und Punkte der grossen Zeichnung in das kleine Quadrat, und zwar in die nemliche kleine Quadrätchen, je nach dem sich die Theile des Originals in den Quadraten des grossen Vierecks befinden, und fahre so fort, bis der Ent-

wurf der Figur oder der zu verkleinerten Sache vollkommen da ist.

Anmerkung. 1. Daß auf nemliche Weise jeder vorgegebene Gegenstand auch vergrössert werden könne, wird wohl jeder bey wenigem Nachdenken von selbst begreifen.

2. In jemehr kleinere Abtheilungen die zu copirende Sache getheilt wird, je präciser wird die grössere oder kleinere Wiederholung des Originals werden.

3. Beyr Mahlerey, beym Zeichnen, und Kupferstechen, bleibt immer diese Art Sachen zu vergrössern oder zu verkleinern die vortheilhafteste, wenn man sich keiner anderen Instrumente, wie z. B des Pantographen oder Storchenschnabels bedienen will. Rathsam ist es aber für jeden, sich an diese Art zu verjüngen oder zu vergrössern zu gewöhnen, weil man bey Anwendung desselben immer sein eigener Herr ist, sich auf jeder Stelle helfen kann, und nicht von Werkzeugen abhängt die vielleicht nicht allemal die accuratste sind; oder wenn sie es sind, dafür desto theuer zu stehen kommen, endlich eben diese Art zu verjüngen einen beständig in der Uebung des

Zeich-

Zeichnens erhält, ihn eben daher aber auch desto vollkommener macht, je länger und mehr er sich damit beschäfftigt.

XII. Capitel.

Von Verwandlung der Figuren.

Tab. XL. Figur 146.

I. Aufgabe. Einen schiefwinklichten Triangel a c b. in ein rechtwinklichtes Dreyeck c a d zu verwandeln.

Auflößung. Mit der Grundlinie des gegebenen Dreyecks a c b, werde aus d die Parallellinie d b gezogen, sodann bey a oder bey c eine Perpendikularlinie errichtet, in vorliegendem Falle die Linie a d, endlich der Punkt c und d. durch eine Linie vereinigt, so ist der Aufgabe Genüge geleistet, und der auf solche Weise gezeichnete rechtwinklichte Triangel

c a d dem gegebenen schiefwinklichten Dreyecke a c b vollkommen gleich.

Anmerkung. In der praktischen Geometrie und in der Baukunst kommen einem diese Aufgaben von Verwandlung der Figuren sehr zu statten, indem bey beyden Gelegenheiten manchmal der Fall eintritt einen Platz von nemlichem Inhalt, doch unter einer andern Form als der vorhandene ist, benutzen zu sollen.

Tab. XL. Figur 147.

II. Aufgabe. Einen jeden vorgegebenen Triangel a b d in einen andern zu verwandlen, der ersterem ganz gleich sey, und einen vorgegebenen Winkel h enthalte.

Auflößung. Mit der Grundlinie a b des gegebenen Triangels a b d werde aus d die Parallellinie c d gezogen, bey a werde der gegebene Winkel h abgetragen, woraus auf der Linie a b der Winkel f entsteht. Man ziehe die Linie, a e c, und hänge die Punkte b und c durch eine

eine gerade Linie b c zusammen, so ergiebt sich der Triangel b a c. der nach den gemachten Forderungen construirt ist.

Tab. XL. Figur 148.

III. Aufgabe. Einen ungleichseitigen Triangel a b f. in einen glichseitigen a b e zu verwandlen.

Auflößung. Aus der Spitze des gegebenen Triangels a b f werde wiederum mit der Basi a b eine gleichlaufende Linie d f e c gezogen, und die nemliche Grundlinie a b bey g in zwey gleiche Theile getheilt, aus dem Punkt g die Perpendikulare g e errichtet, und aus a und b die Linien a e und b e gezogen; so ist der gleichschenklichte Triangel a b e construirt, der dem gegebenen stumpfwinklichten Dreyecke a b f ganz gleich ist.

Tab. XL. Figur 149.

IV. Aufgabe. Einen Triangel a e d in ein anderes Dreyeck a b c zu verwandlen,

wel-

welches eine vorgegebene Höhe habe, und zwar, wenn der gegebene Triangel niedriger ist, als die gegebene Höhe.

Auflößung. Wenn das vorgegebene Dreyeck a e d niedriger ist, als die begehrte Höhe c, so ziehe man aus dem Punkt c, wenn solcher vorher in die verlängerte Linie a d gerichtet worden ist, die blinde Linie c e, und dieser nach parallel aus d die blinde Linie d b. Wo nun dieselbe die Grundlinie a e in b schneidet, von da werde b c gezogen, so geben die Punkte a b c den Triangel von der bestimmten Höhe, und dem gleichen Innhalt des Dreyecks a e d.

Tab. XL. Figur 150.

V. Aufgabe. Einen vorgegebenen Triangel a b c in einen andern a e d zu verwandlen, und zwar, wenn der gegebene Triangel höher ist, als die begehrte Höhe.

Auflößung Nach der Linie d b ziehe man aus c eine Parallellinie c e, welche die ver-

verlängerte Grundlinie a b in e schneidet. Von diesem Punkte werde e d gezogen, wodurch sich das Dreyeck a e d ergiebt, das niedriger ist als das gegebene a b c, demselben aber am Innhalt ganz gleich seyn wird.

Tab. XL. Figur 151.

VI. Aufgabe. Einen gebenen gleichschenklichten Triangel a b c in ein Parallelogramm zu verwandeln.

Auflößung. Aus den Punkt c werde mit der Grundlinie a b eine Parallelle c e gezogen; nemliche Grundlinie a b werde bey d in zwey gleiche Theile getheilt, und die Linie d c errichtet. Mit dieser sohin in der Weite d b, oder d a die Linie b e gezogen; so ergiebt sich das Parallelogramm c d b e, welches dem vorgegebenen gleichschenklichten Dreyeck vollkommen gleich ist.

Tab. XLI. Figur 152.

VII. Aufgabe. Ein rechtwinklichtes Dreyeck b a c in ein Parallelogramm zu verwandeln.

Auf-

Auflößung. Man theile den einen der Catheten hier a b in zwey gleiche Theile bey d, errichte bey b eine Perpendikularlinie b e, und ziehe d und e durch eine Linie zusammen, so ergiebt sich das Prallelogramm a b e d welches dem vorgegebenen Dreyeck b a c gleich ist.

Tab. XLI. Figur 155

VIII. Aufgabe. Ein stumpfwinklichtes Dreyeck a b c in ein Parallelogramm von gleichem Innhalt zu verwandeln.

Auflößung. Mit der Grundlinie a b des gegebenen Triangels a b c werde aus dessen Spitze c, die Parallellinie c e gezogen, die nemliche Grundlinie theile man bey d in zwey gleiche Theile, und errichte die Perpendikulare d e mit dieser sodann parallell die Linie b f; so giebt d b e f, das verlangte Parallelogramm.

Tab. XLI. Figur 153.

IX. Aufgabe. Einen vorgegebenen Triangel a b c. in ein ordentliches Quadrat zu verwandeln.

Auf=

Auflößung. Aus der Spitze c des gegebenen Dreyecks a b c werde die Perpendikularlinie c d gefället, bey e werde solche in zwey gleiche Theile getheilt. Die Weite d e trage man auf der verlängerten Grundlinie aus b nach f, diese sich ergebene Linie a f, werde bey i in zwey gleiche Theile getheilt, und nunmehro mit dem Radius i a, oder i k ein halber Cirkel a g k gezogen, bey b werde die Perpendikulare b g errichtet, diese ist die Seite zu dem verlangten regulären Viereck b g h f, das dem vorgegebenen Dreyecke a b c, am Innhalte gleich seyn wird.

Tab. XLI. Figur 156.

X. Aufgabe. Einen vorgegebenen Triangel a b c in eine länglichte Rautenvierung, welche einen vorgegebenen Winkel f enthalte zu verwandeln.

Auflößung. Mit der Grundlinie a b des Dreyecks a b c werde aus c die Parallellinie c e d gezogen, hierauf aus den Punkte a der

Winkel

Winkel g aufgetragen, der dem gegebenen Winkel f gleich sey, und die Linie a h d gezogen. Mittlerweile theile man auch die Linie a b bey i in zwey gleiche Theile, und ziehe aus diesem Punkt parallell mit a h d, die Linie i e, so ergiebt sich dadurch der Rhomboides a d e i, welcher den gegebenen Winkel enthält, und seinem Innhalt nach für den gegebenen Triangel a b c kann genomen werden.

Pränd. § 159. 4.

Tab. XLI. Figur 154.

XI. Aufgabe. Eine ablange Vierung a b c d, in ein reguläres Quadrat zu verwandeln.

Auflößung. Man verlängere die Basin a b des gegebenen Parallelogramms, und setze an a b die Höhe desselben b c, welche bis i reicht; die sich ergebene Linie a i theile man bey h in zwey gleiche Theile, und construire den halben Cirkel a e i; bey b werde die Perpendikulare b e errichtet, welche die Seite zu dem regulären Vierecke b e f g abgiebt, in welches die län-

långlichte Vierung a b c d ist verwandelt worden, welches man also vollkommen für die erstere Figur annehmen kann.

Tab. XLI. Figur 157.

XII. Eine ablange Rauten Vierung a b c d. in ein reguläres Quadrat zu verwandlen.

Auflößung. Von der Ecke c des gegebenen Rhomboids, trage man die Höhe desselben c e nach f. so entsteht die Linie d f. Diese theile man bey k in zwey gleiche Theile und construire mit k f, oder k d, den halben Cirkel f g d. Ans c errichte man die Linie c g, welche die Seite zu dem verlangten Quadrate c g h i abgiebt.

Tab. XLII. Figur 160.

XIII. Aufgabe. Eine ablange Vierung a b c d. in eine andere zu verwandlen, die einen vorgegebenen Winkel h enthalte.

Auf-

Auflößung. Man verlängere die Grund-linie a b, nach e, indem man b e gleich b a macht, und mit dieser parallel, ziehe man die Linie d f g. Bey b werde der Winkel i aufgetragen, welcher dem gegebenen Winkel h gleich sey. Man ziehe die Linie b k f und mit dieser parallel die Linie e g, so ergiebt sich hierdurch die länglicht schiefe Vierung b e g f, welche für das Parallelogramm a b d c construirt angenommen werden kann.

Tab. XLII Figur. ~~516.~~ 159.

XIV. Aufgabe Ein gegebenes Quadrat a b d c in einen rechtwinklichten Triangel zu verwandeln.

Auflößung. Man ziehe die Diagonale c b. und verlängere die Grundlinie a b nach e. Aus d ziehe man parallel mit c b. die Linie d e, welche die verlängerte Grundlinie in e schneidet. Werden nunmehro die beyden Punkte e c durch eine gerade Linie vereinigt; so ergiebt sich das rechtwinklichte Dreyeck ~~und~~ e a c, in welches

ches das gegebene Quadrat a b d c verwandelt worden.

Tab. XLII. Figur 158.

XV. Aufgabe. Ein Trapezoid a b d c. in einen Triangel zu verwandlen.

Auflößung. Man verlängere die Grundlinie a b der vorgegebenen Figur, ziehe sohin die Diagonallinie c b. Hireauf mit dieser parallel die Linie d e, welche die verlängerte Grundlinie in e schneidet. Werden nun die Punkte e und c durch die gerade Linie e c vereinigt, so ist der Triangel e a c vorhanden in welchen das Trapezoid a b d c zu verwandlen war.

Tab. XLII. Figur 161.

XVI. Aufgabe. Ein irreguläres Polygon a c d e b in einen Triangel zu verwandlen.

Auflößung. Zu beyden Seiten des vorgegebenen Polygons werde dessen Grundlinie

a b nach g und f hin verlängert. In dem Vielecke ziehe man die beyden Diagonalen a d und b d, sohin mit a d parallel aus c die Linie c g, und mit d b aus e parallel die Linie e f, durch welche Parallellinien die verlängerte Grundlinie bey g und f geschnitten wird. Man hänge die Punkte g und d und f und d durch Linien zusammen, so entsteht das Dreyeck g f d, in welches das irreguläre Fünfeck verwandelt werden mußte.

Tab. XLII. Figur 162.

XVIII. Aufgabe. Ein jedes Vieleck z. B. das Polygon a c d e f b. in ein Dreyeck zu verwandlen.

Auflößung. Auch hier sey Verlängerung der Grundlinie a b des gegebenen Vieleckes nach beyden Seiten hin, das erste. Darauf werde e b gezogen, und mit dieser aus f parallel die Linie f i; wo diese die Grundlinie schneidet, von da werde nach e eine gerade Linie gezogen. Weiters werde d a gerissen,

und mit dieser parallel aus c die Linie c g, und wo diese die verlängerte Grundlinie in g schneidet, dahin werde d g gezogen. Nun reisse man aus dem einspringenden Winkel e, die Linie e g, und mit dieser parallel die Linie c h, sohin die Linie h e; so giebt h e i den verlangten Triangel, der für das gegebene Vieleck gilt.

Tab. XLIII. Figur 163.

XVIII. Aufgabe. Mehrere gegebene Dreyecke von gleichen Grundlinien, und Höhen in einen einzigen Triangel zu verwandeln.

Auflößung. Von der Spitze des ersten Triangels c ziehe man bis zum Endpunkt der Grundlinie auf welche sich alle Dreyecke befinden, e, eine gerade Linie; so ergiebt sich der Triangel, a c e, welcher allen gegebenen gleich ist. Sollte dieser Triangel ein rechtwinklichter seyn, so verwandle man den ersten a b c nach der ersten Aufgabe dieses Capitels in einen rechtwinklichten, a b d, und ziehe d e so enthält der rechtwinklichte Triangel c a d alle übrige gegebene Dreyecke.

 Tab.

Händel 9106.

Tab. XLIII. Figur 164.

XIX. Aufgabe. Ein jedes reguläres Vieleck in ein Dreyeck zu verwandlen.

Auflößung. Man verlängere die eine Seite a b des Vieleckes, und setze solche so oft auf dieser verlängerten Seite, als das Vieleck Seiten hat, als hier fünfmal in 1, 2, 3, 4, 5. Auf die beyden Ende a und o. ziehe man aus dem Centro p der Figur die Linien a p, und o p; so ist der Triangel a p o, dem Fünfeck auf begehrte Weise gleich.

Tab. XLIV Figur 161.

XX. Aufgabe. Etliche ungleiche Dreyecke a b c, b e d, d f g, in eine ablange Vierung zu verwandlen, welche eine verlangte Höhe c o habe.

Auflößung. Man verwandle vorerst die Dreyecke b e d, und d f g, nach der fünften Aufgabe dieses Capitels dermassen, daß sie die begehrte Höhe c o. haben. Also ziehe

man

man mit der Linie a g in der Weite o c eine Parallellinie k l, und wo diese die zwey Triangel in m und n durchschneidet, von dort aus ziehe man m d, und n g, und diesen nach aus den Punkten e und f die Parallelen e h, und f i; doch alles nur mit punktirten Linien. Weiters ziehe man m h, und n i, so bekommen die Dreyecke b e d, und d f g, eine gleiche verlangte Höhe. Nunmehr trage man die drey Grundlinien a b; b h; und d i auf eine Linie, so erhält man die Linie a i Figur 165.b Auf diese trage man die verlangte Höhe c o. welcher a d gleich ist, theile diese Linie bey c in zwey gleiche Theile, und errichte auf dieser Hälfte mit der mehrmals erinnerten Höhe c o oder a d das Parallelogramm a c e d; so ist der Aufgabe Genüge geleistet.

Tab. XLIV. Figur 166.

XXI. Aufgabe. Mehrere Quadrate b c d e. in ein einziges zu verwandlen.

Auflößung. Von dem ersten Quadrat a, nehme man eine Seite, und mache derselben die

Linie f g, gleich, in f errichte man eine Perpendikulare f h, dieser gebe man die Höhe einer Seite des Quadrats e, und ziehe h g. Bey h errichte man wieder eine Perpendikulare h i, welche zu ihrer Höhe eine Seite des Quadrats d bekomme; ziehe hierauf i g; bey i werde abermalen eine Perpendikulare errichtet, welche zu ihrer Höhe eine Seite des Quadrats c, bekomme; man ziehe g k. Auf k werde endlich die Perpendikulare k l. in der Höhe einer Seite des Quadrats b errichtet, und nunmehro l g gezogen. Diese Linie l g ist die Seite des Quadrats m, welches so groß ist, als die fünf gegebene Quadrate.

Anmerkung. Diese Aufgabe ist in ihrer Anwendung von grossem Nutzen, wovon nur als Fingerzeige ein Beyspiel gegeben sey. Ein Handelsman habe bisher 5 Kisten gehabt, deren Böden die 5 gegebene Quadrate seyen, deren Höhen aber durchaus gleich sind. Es falle ihm ein, sich einen Verschlag machen zu lassen, der soviel enthalte, als diese fünf einzelne Kistchen. Nun wird es darauf ankommen, an welchen

chen Schreiner er geräth, ob an einen solchen, der sich nach dieser in der Auflößung der vorgelegten Aufgabe gegebenen Anleitung zu verhalten weißt, oder an eiuen, dem dieses Verfahren eine ungehörte Sache ist. Im ersten Falle wird er zu seiner gänzlichen Zufridenheit bedient, und ihm eine Zweckgemäsige Arbeit von dem Schreinermeister geliefert seyn, im letztern Falle, wird er entweder einen zu grossen oder zu kleinen Verschlag bekommen, und nach Anwendung aller Künsteleyen, wird doch niemals der verlangte Verschlag zum Vorschein gebracht werden.

Tab. XLV. Figur 167.

XXII. Aufgabe. Zu finden, um wie viel ein Quadrat a b c d. grösser sey als ein anderes e f g h, und solchen Unterschied mit einem Quadrat auzuzeigen.

Auflößung. Man ziehe eine gerade Linie i l, auf welche man die Seiten der beyden gegebenen Quadrate mit i k, und k m trage. Aus k construire man mit dem Radio k i, einen halben Cirkel i n l. und richte

in m eine Perpendikularlinie m n auf, welche den halben Cirkel in n durchschneidet. Dadurch ergiebt sich die Linie des Quadrats, welches den Unterschied zwischen den beyden gegebenen Quadraten zeigt.

Anmerkung. Auch diese Aufgabe ist von grosser Wichtigkeit, und ihre Anwendung kommt in gemeinen Leben bey Schreinern, Maurern, Steinmetzen ꝛc. oft vor.

Hahn. Tab. XLV. Figur 168.

XXIII. Aufgabe. Eine Cirkellinie a g b d in eine gerade Linie zu bringen.

Auflößung Erste geometrische Art. In dem vorgegebenen Cirkel ziehe man die beyden Durchmesser a b und d e, welche einander in dem Centro c winkelrecht durchschneiden. Man halbire den Radium c e, mit f, und ziehe a f g; von dem Durchschnitt g werde die Perpendikulare g h auf c b gefället. Alsdenn ziehe man mit der Weite des Radii a c oder c b, eine

eine Parallele i l, und trage auf derselben die Weite c d aus d nach i, halbire d i mit k, nehme die Distanz c k, und trage sie aus k in l; die Weite d l trage man aus d nach m, und ziehe m h, mit dieser Linie m h werde die Linie d n parallel gezogen, welche also den verlängerten Diameter a n in n durchschneidet, von da messe man die Weite c n, welche den vierten Theil des vorgegebenen Cirkels hält.

Tab. XLV. Figur. 169.

Zweyte geometrische kürzere Art der Auflößung dieser Aufgabe.

Man ziehe den Diameter a b, und durch dessen Mittel die Cirkellinie e c, ziehe b c zusammen, und theile diese Linie bey d in zwey gleiche Theile. Aus e ziehe man nun e d, und setze solche Länge viermal an einander, so giebt diese viermalige Länge eine Linie, welche bey nahe so lange ist, als die Peripherie.

Anmerkung. Andere geben zur Auflößung dieser Aufgaben auch diese Vorschrift: daß

man den Durchmesser des Cirkels in sieben gleiche Theile theilen, und deren 22. auf eine gerade Linie setzen solle. Dieser Vorschrift bedienen sich auch manche Arbeiter im gemeinen Leben. Z. B. die Schmiede bey Beschlagung eines Wagenrads oder einer Walze, die Hutstaffirer bey Einfassung eines Huts mit einer Borte. Nur erlauben sie sich dabey diesen Vortheil, daß sie, statt den Durchmesser in sieben Theile zu theilen, denselben auf einmal dreymal nehmen, und noch eine Daumenbreite zugeben, welches Verfahren eigentlich nichts anders ist, als daß sie manchmal ihnen unbewußt, den Durchmesser zu sieben, und die Umfangslinie oder Peripherie zu 22. annehmen.

Tab. XLVI. Figur 170.

XXIV. Eine Cirkelfläche in einen rechtwinklichten Triangel zu verwandlen.

Auflößung. Man theile den Durchmesser der gegebenen Fläche a c b in sieben gleiche Theile; bey a oder b. fälle man eine Perpendikulare a d, und gebe solcher 22. Theile wovon

von der Durchmesser 7 hat. Ziehe endlich c d zusammen; so entsteht derjenige rechtwinklichte Triangel, welcher der gegebenen Cirkelfläche gleich ist.

Anmerkung Wollte man einen zwar auch rechtwinklichten Triangel, aber von einer Grundlinie haben, welche nur die Hälfte der Linie a d betrüge; so gebe man der Grundlinie a e 11 Theile von den Theilen des Diameters, und 7 Theile zu der Höhe des Dreyecks; so ist solches wie hier e a c dem Dreyecke d a c auch gleich, und beyde Dreyecke gleich dem vorgegebenen Cirkel.

Tab. XLVI. Figur 171.

XXV. Aufgabe. Eine vorgegebene Cirkelfläche in ein Prallelogrammum zu verwandlen.

Auflößung. Abermal werde der Durchmesser des gegebenen Cirkels in sieben gleiche Theile getheilt, und davon 3 1/4 Theile genommen, welche senkrecht auf eine Linie gesetzt werden, deren Länge 11 1/2 Theil von

den

den Theilen des Durchmessers betrage. Aus diesen zweyen Datis construire man nunmehro ein Parallelogramm, welches, nach dem es construirt ist, der gegebenen Cirkelfläche ganz gleich seyn wird.

Tab. XLVI. Figur 172.

XXVI. Aufgabe. Eine vorgegebene Cirkelfläche a d c e in einen Triangel gleichen Innhalts zu verwandlen.

Auflößung. Man reisse in den gegebenen Cirkel die Kreuzdiameter a c und e d, und ziehe die Linie c d, in gleichem, aus a mit dem Radius a b, den Bogen b f, und dann ferner die Linie c f, welche den Halbmesser b d in g durchschneide. Hierauf theile man c d in drey gleiche Theile, deren einen trage man von g nach h, und die Weite c h setze man von c in i. Endlich reisse man die Linie e l, welche dann dem vierten Theil des Umkreises a f d, oder a e bey nahe gleich seyn wird. Macht man nun einen Triangel k d l, dessen

Basis

Basis k l, dem halben Umkreis des Cirkels, die Höhe d e aber dem Durchmesser gleich ist; so wird der Triangel dem Cirkel am Innhalt auch gleich seyn, der sich denn ferner, nach der neunten Aufgabe dieses Capitels auch in ein reguläres Viereck verwandlen läßt.

Tab. XLVI. Figur 173.

XXVII. Aufgabe. Einen vorgegebenen Cirkel a b d e in ein reguläres Viereck zu verwandlen.

Auflößung. Man reisse in dem gegebenen Cirkel die Kreutzdiameter a b, e d, und hänge d und b, durch eine Linie zusammen. Solche theile man in vier gleiche Theile, bey 1, 2, 3, 4, und fasse die Weite e 1, damit beschreibe man das Quadrat e f g h, welches dem Cirkel am Innhalt bey nahe gleich seyn, und also als ein verwandelter Cirkel wird angesehen werden können.

Tab.

Tab. XLVII Figur 174.

XXVIII. Aufgabe. Einen vorgegebenen Cirkel auf eine andere Art in ein reguläres Quadrat zu verwandlen.

Auflößung. Man reisse zwey Diameter in den vorgegebenen Cirkel, die einander Winkelrecht durchschneiden; verlängere auch dieselbe um etwas ausserhalb dem Cirkel, theile hierauf den halben Diameter a b in vier gleiche Theile, und trage sodann aussen, von dem Cirkelriß an auf jeden verlängerten Diameter einen solchen vierten Theil in e, d, c, f. Zuletzt ziehe man die Linien c d, d c, c f, und f e zusammen, so hat man wiederum ein Quadrat, das der vorgegebenen Cirkelfläche bey nahe gleich ist.

Tab. XLVII. Figur 175.

XXIX. Aufgabe. Einen vorgegebenen halben Cirkel a d b in einen ganzen zu verwandlen.

Auflößung. Man errichte in dem halben Cirkel aus dessen Mittelpunkt die Perpendikulare

lare c d, ziehe hierauf die Linie a d, diese theile man bey e in zwey gleiche Theile, und construire mit dem Radius a e, oder e d, einen Cirkel a f d c, welcher derjenige seyn wird, der dem gegebenen halben Cirkel am Innhalt gleich ist, und der sich auch erforderlichen Falls nach vorhergegangenen Aufgaben in ein reguläres Quadrat verwandlen läßt.

Tab. XLVII. Figur. 176.

XXX. Aufgabe. Einen vorgegebenen Abschnitt eines Cirkels a b c, in ein Dreyeck zu verwandlen.

Auflößung. Man theile die Linie b f bey d in zwey gleiche Theile. Einen solchen Theil trage man über sich von b nach e. Ziehe sodann die Linie a e und c e; so ist dadurch der Triangel construirt, der dem gegebenen Abschnitt gleich ist, und nach der neunten Aufgabe dieses Capitels auch in ein reguläres Viereck verwandelt werden kann.

XIII. Cap-

XIII. Capitel.

Von Zusammensetzung, Verminderung, Vermehrung, und Theilung flacher Figuren.

Voraussendung.

Die in diesem Capitel vorkommende Aufgaben gründen sich auf einen Hauptsatz der Elementar Geometrie, nemlich auf den, von seinem Erfinder Pythagoras genannten Pythagorischen Lehrsatz, der so heißt:

Bey jedem rechtwinklichten Dreyeck ist das Quadrat derjenigen Seite, welche dem rechten Winkel gegen übersteht, so groß, als die Quadrate der beyden übrigen Seiten.

Die diesen Satz vorstellende Figur läßt sich auf zweyerley Art construiren, nemlich: durch Linien von bestimmter Proportion gegen einander, als: 3, 4, und 5; welche, wenn sie

sie zur Construction eines Triangels zusammen gesetzt werden, allemal einen rechtwinklichten Triangel geben; und durch einen Triangel von Linien zusammen gesetzt, die keine besondere Bestimmung gegen einander haben.

Wie beyde Arten construirt werden, sey in folgenden Aufgaben gewiesen.

Tab. XLVII. Figur 177.

I. Aufgabe. Den Pythagorischen Lehrsatz, aus dreyen zum Grund gelegten Linien 3. 4. 5. zu construiren.

Auflößung. Man ziehe die Linie a b, gebe solcher 5 Theile, und bezeichne diese Theile mit 1. 2. 3. 4. 5. setze den Cirkel in a, nehme von diesen fünf Theilen viere, und mache über a b bey c einen Bogen; sodann setze man den Cirkel in b, nehme von den fünf Theilen der Linie a b, drey Theile, und schneide mit dieser Cirkelweite den Bogen c, so ergiebt sich das rechtwinklichte Dreyeck a b c. An je-

der dieser Seite des so entstandenen Triangels errichte man ein reguläres Viereck, nemlich an a b das Viereck a b c d; an a c, das Viereck a c f e; an c b das Viereck c b h g. Trage nun auf die Seiten eins jeden construirten Quadrats die Theile der Grundlinie desselben, und ziehe solche mit Linien zusammen; so bekommt das Quadrat a c f ea, 16 der nemlichen Quadraten; und das Quadrat c b h g, 9. eben derselben kleinen Quadrate. Wodurch sich zeigt, daß die Quadrate der beyden Linien a c, und c b, 25. kleine Quadrate, wie das grosse Quadrat a b c d enthalten, daß also diese beyde kleinere Quadrate zusammen so groß seyen, als das grosse Quadrat, welches auch 25 kleinere Quadrate enthält.

Tab. XLVIII. Figur 178.

II. Aufgabe. Den Pythagorischen Lehrsatz auf eine allgemeine Art zu construiren.

Auflößung. Ueber der geraden Linie a b werde der Halbcirkel a c b construirt, in diesem

sem ein Punkt, hier c, nach Belieben angenommen, und a c und b c gezogen, so ist der rechte Winkel a c b, vorhanden. Weil, (wie in der theoretischen Geometrie bewiesen wird) jeder Winkel im Halbkreis, ein rechter Winkel ist. An a b construire man nun das Quadrat a b e d, und an a c das Quard a c h i; und an c b, das Quadrat c b f g; so sind die beyden Quadrate a c h i, und b f g c so groß, als das grössere Quadrat a b e d. Wovon der Beweiß in die theoretische Geometrie gehört.

Anwendung dieses Satzes durch folgende Aufgaben.

A. Addition der Flächen.

Tab. XLVII. Figur 179.

III. Aufgabe. Zwey gleichseitige Triangel von verschiedener Grösse, a und b in einen einzigen zu verwandlen.

Auflößung. Man trage auf eine Linie a b die Grundlinie des einen Triangels b, errichte an einem Endpunkte derselben wie hier

bey b eine Perpendikulare, und gebe solcher die Höhe von der Grundlinie des Dreyecks a, ziehe a c; so ist diese Linie die Grundlinie zu einem Triangel, welcher so groß ist, als der beyde gegebene Dreyecke a und b.

Tab. XLVIII. Figur. 180.

IV. Aufgabe. Drey gleichseitige Dreyecke a, b, c, in eine Summe zu bringen, oder ein Dreyeck zu construiren, das so groß sey, als drey gegebene.

Auflößung. Auf die sich gezogene Linie d e trage man die Grundlinie des Dreyecks c; am Ende errichte man eine Perpendikulare e f, in der Höhe der Grundlinie des Triangels b, ziehe d f zusammen; an einem Endpunkte der Hypothenuse dieses rechtwinklichten Dreyeckes d e f, hier an f, errichte man abermal eine Perpendikulare, welcher die Höhe der Grundlinie des Dreyeckes a gegeben werde; ziehe d g zusammen, so giebt die Linie d g die Grundlinie zu dem gleichseitigen Dreyeck d g h; welches so

so groß ist, als die drey gegebenen Dreyecke zusammen.

Anmerkung. Auf solche Weise kann man auch 4, 5, 6, und mehrere Dreyecke in ein einziges addiren, so fern ihre Seiten gleich sind. Sollten aber solche von ungleichen Seiten seyn, so kann man sie nach oben gegebener Weisung entweder zu Dreyecken von gleichen Seiten machen, oder auch nach ebenfalls gegebener Anleitung zu Quadraten reduciren, und alsdann nach folgender Aufgabe verfahren.

Tab. XLIX. Figur 181.

V. Aufgabe. Zwey gegebene Quadrate a und b in eines zu addiren.

Auflößung. Man ziehe die Linie c d; gebe solcher die Länge der Grundlinie von einem der Quadrate, z. B. von a. Bey d errichte man eine Perpendikulare d e, deren Höhe gleich sey, der Grundlinie des zweyten Quadrats b, hänge c und e durch eine Linie zusammen; so ist c e die Basis zu dem Quadrat c e f g, welches das Quadrat a und b enthält.

B. Subtraction der Flächen.

Tab. XLIX. Figur 182.

VI. Aufgabe. Zwey gleichseitige Dreyecke a und b, von einander zu subtrahiren.

Auflößung. Man nehme die Seite des grössern Dreyecks b, und trage sie auf die Linie c d, diese theile man in zwey gleiche Theile, und construire über ihr den halben Cirkel c e d, an dieser Peripherie trage man von d nach e eine Seite des kleinern Dreyeckes a, die Linie c e giebt sohin die Grundlinie zu dem Dreyeck c e f, welches die Differenz zwischen den beyden Dreyecken a und b anzeigt.

Tab. XLIX. Figur 183.

Prändel pag. 92.

VII. Aufgabe. Zwey gegebene Quadrate a und b, von einander zu subtrahiren.

Auflößung. Man nehme die Grundlinie des grossen Quadrats a, und trage sie auf die Linie g h; construire über derselben einen halben Cirkel g i h, aus g trage man die Seite des andern Quadrats b nach i, und ziehe die

die Linie i k, dieses ist die Grundlinie zu dem Quadrat k welches die Differrenz zwischen den beyden gegebenen Quadraten a und b ist.

C. Multiplication der Figuren.

Tab. XLIX. Figur 184.

VIII. Aufgabe. Einen vorgegebenen gleichseitigen Triangel a noch einmal so groß zu machen.

Auflößung. Man construire einen rechtwinklichten Triangel c b d, dessen Catheten b c und b d, der Seite des gegebenen Dreyecks gleich sind, und ziehe die Linie d c, diese wird die Grundlinie zu einem gleichseitigen Dreyecke e seyn, dessen Innhalt der doppelte des Dreyeckes a ist.

Tab. L. Figur 185.

IX. Aufgabe. Ein vorgegebenes Dreyeck a b c um dreymal zu vervielfältigen.

Auflößung. Da alle Dreyecke von gleichen Grundlinien und Höhen einander gleich sind, so ver-

längere man die Grundlinie des gegebenen Dreyecks a b c nach Belieben, und trage darauf eben diese Basin in d und e noch zweymal, ziehe d c, und e c, so stehen drey Triangel von gleichem Innhalt neben einander, oder das Dreyeck c a e ist von dreyfachem Innhalt gegen das Dreyeck c a b.

Tab. L. Figur 185.

X. Aufgabe. Ein reguläres Quadrat a b c d nach einer beliebigen Anzahl, zu vermehren.

Auflößung. Man verlängere die Seite c d des gegebenen Quadrats a b d c in einer gebührlichen Länge, und ziehe in eben diesem Quadrate die Diagonale a c. Diese ist die Seite eines neuen Quadrats d e f g, welches zweymal so groß ist als a b c d; man trage daher die Weite a c aus d nach g, und construire sohin dieses zweyte Quadrat. Nunmehro ziehe man in demselben die Diagonale a g, und trage solche aus d nach k; so giebt dieses die

Seite

Seite zu einem Quadrat d k h i, welches dreymal so groß ist, als das erste Quadrat a b c d; man construire demnach dasselbe, durch die Linien k h i d. Weiters ziehe man in diesem neu construirten Vierecke die Diagonallinie a k, und trage solche auf der verlängerten Linie d t von d nach n, so ergiebt sich die Seite d n, zu dem Quadrate d n m l, welches viermal so groß ist, als das erste Quadrat a b c d. Auf diese Art verfahre man nun weiter; so ergeben sich die weitere Punkte o, p, q, r, s, t, auf die Linie d t, zu Quadraten, welche 5, 6, 7, 8, 9, 10, und mehrmalen größer sind als das erste gegebene Quadrat.

Anmerkung. Dieses ist das geometrische Verfahren zur Auftragung der Tiefpunkte auf einem Visirstab, oder zur Auftragung der Lothe, oder Pfunde auf einen Caliberstabe.

Tab. L. Figur. 187.

XI. Aufgabe. Ein vorgegebenes reguläres Sechseck a zu duppliren.

Auf-

Auflößung. Man nehme eine Seite des gegenwärtigen Sechseckes, und trage solche auf eine besondere Linie b c, daraus formire man ein Quadrat b c d e; in diesem ziehe man die Diagonale c e, welche die Seite zum neuen dupplirten Sechsecke f ist.

Tab. L. Figur 187. *

XII. Aufgabe. Einen vorgegebenen Cirkel a d b e zu multipliciren.

Auflößung. Auf dem Halbmesser des gegebenen Cirkels a c oder c b, werde ein Quadrat errichtet, dessen Diagonale giebt den Radium zu dem neuen Cirkel h g f. welcher noch einmal so groß ist, als der gegebene Cirkel a d b e.

D. Theilung der Flächen.

Tab. L. Figur 188.

XIII. Aufgabe. Einen gleichseitigen Triangel a b c, aus einer dessen Ecken in drey gleiche Theile zu theilen.

Auf-

Auflößung. Man theile die Grundlinie des vorgegebenen Dreyecks a b c in drey gleiche Theile, und ziehe von den Theilungspunkten d und e, nach der Spitze c gerade Linien; so ergeben sich die drey gleiche Dreyecke a d c; d e c, und e b c, in dem jedes die nemliche Grundlinie, und nemliche Höhe hat, wie das andre.

Tab. LI. Figur 189.

XIV. Aufgabe. Eine vorgegebene Dreyeckfläche a b c in begehrte gleiche Theile dermassen zu theilen, daß die Scheidungslinien auf einen bestimmten Punkt des Triangels (hier in f.) zusammen kommen.

Auflößung. Die Linie a b werde in so viel gleiche Theile getheilt, als Theile des Triangels begehrt werden, hier drey, durch die Punkte 1. 2. Aus f dem Mittelpunkte zwischen 1. und 2. ziehe man nach der Spitze c die Linie f c; und mit dieser aus den Theilungspunkten 1 und 2. parallel die Linien 1 d, 2 e

2 c, so ergeben sich an den Seiten des Triangels die Punkte d und e; von diesen ziehe man gegen f die Linien d f, und e f, wodurch die vorgegebene Dreyecksfläche in drey Theile von gleichem Innhalt, nemlich in a d f, d c e f, und f e b, getheilt worden.

Tab. LI. Figur 190.

XV. Aufgabe. Eine vorgegebene Dreyeckfläche c a b. also abzutheilen, daß die Scheidungslinien mit einer verlangten Seite desselben parallel laufen.

Auflößung. In vorliegendem Falle werde gefordert, daß die Theilungslinien mit der Grundlinie des Dreyecks parallel laufe. Zu diesem Ende ziehe man winkelrecht mit der Linie a c aus c eine Linie e c d, mache c e, und c d so groß als a c; den Theil, c e theile man in so viele gleiche Theile als in wie viele die vorgegebene Fläche getheilt werden soll, also hier in drey Theile, bemerke die Theilungspnkte mit 1. und 2. Endlich beschreibe man über d 1. und d 2. halbe Cirkel, welche die Linie c a

in

in f, und g, durchschneiden; so werden sich aus diesen ergebenen Punkten f und g die Linien f g, und g i mit der Linie a b parallel ziehen lassen, wodurch die Dreyeckfläche nach der gemachten Forderung in drey gleiche Theile getheilt ist.

Tab. LI. Figur 191.

XVI. Aufgabe. Ein jedes vorgegebene reguläre Viereck a b durch ein anderes kleineres b zu dividiren.

Auflößung. Man trage die Seiten der beyden gegebenen Quadrate c d, und e f, auf eine gerade Linie; woraus die Linie i h g, entstehet. Aus g werde eine andere Linie, g e, welche mit der erstern einen spitzigen Winkel mache gezogen. Auf diese trage man aus g die Seite des kleinern Quadrats e f, giebt auf der Linie g l, die Weite g k. Man ziehe die Linie h k. Aus i werde parallel mit der kaum gezogenen Linie h k die Linie i l gezogen. Nun fasse man die Weite k l in den

Cir-

Cirkel, und trage solche auf eine Seite des grössern Quadrats, wodurch sich ergiebt, wie offt das kleine Quadrat, in dem grössern sich befinde.

Tab. LI. Figur 192.

XVII. Aufgabe. Einen vorgegebenen Cirkel c d b e in etliche gleiche Theile zu theilen, daß jeder Theil rings um von dem andern separirt sey.

Auflößung. Der halbe Durchmesser f b, werde bey g in zwey gleiche Theile getheilt. Man suche hierauf zwischen dem ganzen Diameter c b, und dem Stück des Diameters c g, die mittlere geometrische proportional Linie, diese trage man von c nach h. Mit der Weite f h reisse man nunmehro einen andern Cirkel, welcher den ganzen in zwey gleiche Theile nach der verlangten Bedingung theilt oder abschneidet. Also verfahre man auch, wenn man den Cirkel in 3, 4 oder mehrere Theile abtheilen wollte.

Tab.

Tab. LI. Figur 193.

XVIII. Aufgabe. Eine jede gleich- oder ungleichseitige Figur, hier die irreguläre Fläche n o p q r s m, in begehrte Theile, hier in zwey abzutheilen.

Auflößung. Man theile die längste Seite der Figur n m in zwey gleiche Theile, mit t. (Sollte die vorgebene Fläche in drey Theile getheilt werden, so wäre auch diese Linie in drey Theile zu theilen) Hierauf suche man zwischen m n, und n t, die mittlere Proportionallinie; so kommt solche von n nach u. Aus u ziehe man parallel mit m s, die Linie u w, nach dem zuvor aus n nach dem Endpunkten der Fläche, wie die Figur zeigt, blinde Linien gezogen worden, eben so mit s r parallel die Linie w x, u. s. w. Durch welches Verfahren die vorgegebene Fläche in zwey gleiche Theile wird getheilt worden seyn.

Anhang.

Von Berechnung verschiedener Flächen.

§ 1.

Bevor gezeigt werden kann, wie die Berechnung der Flächen vorzunehmen ist, will es nothwendig seyn, erst zu wissen, was für Maaß dabey gebraucht werde, und kommt zu merken, daß bey diesem Geschäffte von zweyerley Art Maaß die Rede seyn kann, nemlich von dem geometrischen oder dem decimal Maaß; und von dem Rheinländischen oder zwölftheiligen Maaße. Bey geometrischen Rechnungen wird immer das erste gewählt. Bey Ueberschlägen von Mauren⸗Zimmerleuten, Gärtnern, und anderen wird gewöhnlich das zwölftheilige Maaß angenommen.

Es wird also gut seyn beede Arten zu kennen, um zu erfahren, wie in beeden Rechnungsarten verfahren wird.

§. 2.

Daß alles Ausmessen einer unbekannten Grösse in der Vergleichung derselben mit einer bekannten Grösse von eben der Art bestehe, wurde gleich oben in der Einleitung, und bey der Erklärung der Ausdrücke: Grösse, messen, Maaß, erinnert.

Also muß zur Untersuchung der Grösse einer Fläche, wieder eine Fläche zum Maaße gewählt werden, um eine bekannte Grösse von eben der Art zu haben, wornach man die unbekannte Grösse zu beurtheilen im Stande sey. Zu Erreichung dieses Zweckes hat man nun gewisse Quadrate gewählt, weil sich keine der übrigen Figuren zu dieser Absicht so gut schickt, und ihnen den Namen von der Länge ihrer Seiten gegeben. So heißt also eine Quadrat- oder Flächenruthe ein solches Quadrat, an welchem jede Seite eine Ruthe lang ist, ein Quadratschuh, ein Quadrat, dessen Seite einen Schuh ein Quadratzoll, ein Quadrat, dessen Seite einen Zoll, und eine Quadratlinie, ein Qua-

drat, dessen Seite eine Linie beträgt. Hieraus wird man auch verstehen, was eine Quadrat-meile; eine Quadrat-Elle; eine Quadratklafter u. s. w. im gemeinen Leben bedeute.

§. 3.

Das geometrische oder Decimalmaaß ist dasjenige, wo die Ruthe in 10 gleiche Theile getheilt wird, davon jeder solcher 1/10 einen Schuh bedeutet, welcher (Schuh) wiederum in 10 gleiche Theile getheilt wird, deren 1/10 ein Zoll heißt. Jeder Zoll wird aber wiederum in 10 gleiche Theile getheilt, und solch einen zehnten Theil heißt man Linie; und wenn die Linie noch in zehn gleiche Theile getheilt wird, so heissen solche Theile Punkte.

§. 4.

Das Rheinländische oder zwölftheilige Maaß ist dasjenige, wo die Ruthe in 12 Theile getheilt wird, deren ein Theil ein Schuh heißt Der Schuh wird wieder in 12 Theile getheilt, davon heißt ein Theil ein Zoll; der Zoll wird wiederum in 12 Theile getheilt, diese Theile heissen Linientheile.

Um

§. 5.

Um den Innhalt einer Fläche zu erfahren, muß man die Länge derselben mit der Breite multipliciren, dieses Geschäffte heißt man auch Quadriren. Weil man alle Flächen durch Quadrate auszumessen pflegt, das daraus entstehende Product, heißt sodann das Quadratmaaß, das Flächenmaaß.

Da nun bey dem Quadrat die Länge und Breite einerley ist; so wird es begreiflich, daß die geometrische Quadratruthe deren Seiten 10 Fuß enthält, 100 Quadratfuße enthalte, wie Figur 203. Tab. LIII. zeigt. Der Quadratfuß 100 Quadratzolle; der Quadratzoll 100 Quadratlinien, 2c. weil immer das Product von 10 in 10 hundert ausmacht.

Wenn hingegen die Seite der Rheinländischen Quadratruthe 12 Schuhe hat, so wird ihr Innhalt in Schuhen 12 mal 12 seyn, oder, 144. Quadratschuhe Figur 204. Tab. LIII. da dieses Quadratschuhes Seite auch in 12 Theile getheilt wird; so hat solch ein Schuh 144. Quadratzolle; der Zoll sodann 144. Quadratlinien

 u. s. w.

u. s. w. Uebrigens wird jeder leicht den Unterschied der Bequemlichkeit im Rechnen fühlen, je nachdem er nach geometrischem oder zehntheiligem Maaße, oder nach rheinländischem oder zwölftheiligem Maaße verfahren kann oder darf.

§. 6.

Anmerkung. Die nemliche Bequemlichkeit, welche die Multiplication mit lauter 10 gewährt, äussert sich auch in der Division, weil man daselbst nur eben so viel Nullen abschneiden darf, als mit wie viel man vorhero vermehrt hat.

§. 7.

Tab. LII. Figur 194.

I. Aufgabe. Den Innhalt eines vorgegebenen Quadrats zu finden.

Auflößung. Die Seite des Quadrats sey 19; so wird der Innhalt 19mal 19, oder 361 seyn. Bedeutet die Zahl 19 Ruthen, so sind die 361 auch Ruthen, bedeuten sie Schuhe, so

sind

sind die 361 auch Schuhe; bedeuten sie Zolle so sind die 361 auch Zolle.

§. 8.

1. Anmerkung. Wäre diese gefundene Zahl 361 das zehntheilige Maaß eines Gartens, und hätte die Ueberschrift Ruthen, so dürfte man, um zu wissen wie viel Quadratschuhe der Garten halte, diese 361 nur mit 100 multipliciren, so hätte man den Innhalt in Quadratschuhen, es ergäben sich nemlich 36100. Quadratschuhe.

Anders verhält sichs bey dem zwölftheiligen Maaß. Um hier zu wissen, wie viel 361 Rheinländische Ruthen, Quadratschuhe halten, ist die Zahl 361 mit 144 zu multipliciren, wodurch ein Produkt von 51984 Quadratfussen entsteht. Zeigt das gefundene Produkt 361 Schuhe an, und wollte man wissen, wie viel Zolle diese enthielten; so dürfte man nur eben so verfahren, und man bekäme 51984. Quadratzolle, Rheinländischen Maaßes.

Will man aber aus Zollen Fuße, aus Fussen Ruthen haben, so muß man statt zu multipliciren, dividiren, dem zu

folge die Decimalzolllänge mit 10 dividiren, um Schuhe zu bekommen, und diese wieder mit 10, um Ruthen zu bekommen, die Decimalzollfläche aber mit 100. theilen, um Schube zu erhalten, und diese wieder mit 100 um Ruthen zu haben.

Bey der zwölftheiligen Rechnung werden hingegen die Längen mit 12 und die Flächen mit 144, auf eben die Art dividirt, wie bey der Decimal-Rechnung mit 10 oder mit 100.

2. Anmerkung. Wenn bey Längen und Breiten, oder bey beyden, Grössen von verschiedener Gattung vorkommen; so muß, ehe die Multiplikation vorgenommen wird, alles auf die kleinste Benennung gebracht werden. Bey der zehntheiligen Rechnung geht solches ganz leicht von statten. Man darf nur die verschiedene Benennungen neben einander hersetzen; so wird schon die geringste ausgedruckt. Z. B. man habe 9 Ruthen, 4 Schuhe 7 Zolle 8 Linien, welche zur geringsten Benennung gebracht werden sollen; so setzte man die Zahlen aneinander, und der letzen gebe man die Benennung der letzten Grösse; so hat man den

den Innhalt der verlangten kleinsten Grösse wie in gegenwärtigem Falle 9478 Linien.

Auf eben so leichte Art ist die Reduction von einer untern Benennung zu einer höheren vorzunehmen, denn es darf nur von der rechten Hand gegen die Linke, jeder Ziffer das gehörige Zeichen beygefügt werden; so werden die Grössen von verschiedenen Benennungen angezeigt. Z. B. 9°4′ 7″8‴; so enthaltlten also 9478 Linien 9 Ruthen, 4 Schuhe, 7 Zolle, 8 Linien. Hat man es aber mit Quardrat Maassen zu thun, so werden allzeit von der rechten gegen die linke Hand zwey Ziffern abgeschnitten, und den zwey letztenr das Zeichen der geringsten Benennung beygesetzt. Z. B. Es sollen 90345635. Linien auf höhere Benennungen gebracht werden, so setze man sie also 90°34′56″35‴. welches heißt 90 Quadratruthen; 34 Quadratschuhe 56 Quadratzolle und 35 Quadratlinien.

Bey dem zwölftheiligen Maaße geht solches nicht an, sondern, je nachdem man es mit Längen oder mit Flächenmaaß zu thun hat, muß die Ruthe entweder durch die Multiplication mit 12, wenn man eine Länge vor sich hat, oder mit 144, wenn man eine Fläche berechnet,

net, zu Schuhen gemacht, und so wieder mit den Zollen, und mit den Linien verfahren werden.

Ueberhaupt ist zu merken, daß wenn vom Längenmaaß die Rede ist, die Reduction von der untersten Zahl zur obern geschehe, indem man immer mit 10 oder mit 12. theilt, beym Quadrat oder Flächenmaaß aber muß die Reduction der Quadrat Grösse durch die Division mit 100 oder mit 144 geschehen.

§. 10.

Tab. LII. Figur 195.

II. Aufgabe. Den Innhalt eines rechtwinklichten Parallelogramms, oder einer ablangen Vierung zu finden.

Auflößung. Hier ist Länge und Höhe der Fläche nicht mehr die nemliche, wie bey dem regulären Viereck, sondern beyde haben ihr eigenes Maaß. Man multiplicire daher in vorliegendem Fall die Länge der Fläche, welche 26. ist, mit 13 als der Höhe der Fläche; so ergiebt sich ein Resultat von 338. welches entweder Ruthen, oder Schuhe oder Zolle seyn können,

je

je nachdem die 26 und 13. Ruthen Schuhe, oder Zolle waren.

Wäre die Länge dieser Fläche aber gleich 312 Ruthen 7 Schuh und 3 Zoll; die Breite hingegen 36 Ruthen 9 Schuh und 4 Zolle; so ergeben sich, wenn man alles auf Zolle reducirt hat, 31273 Zolle für die Länge, und 3694 Zolle für die Breite der Fläche, zehntheiligen Maaßes. Diese beyde Zahlen in einander multipl'cirt, geben zur Fläche 115522462. Quadratzolle, oder von hinten her immer zwey Zolle abgeschnitten, bis man zu den Ruthen kommt, 11552 Quadratruthen, 24 Quadratschuhe, 62 Quadratzolle.

Etwas mühsamer ist das Verfahren wenn man es mit 12 theiligem Maaße zu thun hat, indem hier die Zolle durch die Division mit 144 zu Schuhen, und die Schuhe durch die Division mit 144 zu Ruthen gemacht werden müssen.

§. 12.

Tab. LII. Figur 196.

III. Aufgabe. Eine Rautenförmige Fläche zu berechnen.

Auflößung. Es sey die Grundlinie derselben 24 Schuhe ihre Höhe 19 Schuhe, diese beyde Data in einander multiplicirt, geben den Innhalt der Fläche, welche gleich 456 Schuhen oder 4 Ruthen 56 Schuhen ist.

§ 13.

Tab. LII. Figur 197.

IV. Aufgabe. Den Innhalt eines spitzwinklichten Dreyeckes anzugeben.

Auflößung. Aus der Spitze des gegebenen Dreyecks fälle man vor erst eine Perpendikularlinie auf die Grundlinie desselben, messe so wohl die gefällte Perpendikulare als die Grundlinie, und multiplicire beede Maasse in einander; das sich ergebende Product theile man durch 2. so wird sich der Innhalt des Dreyecks richtig ergeben.

In vorliegenden Beyspiele ist die Grundlinie gleich 23, die Höhe, welche durch die Perpendikulare bestimmt wird, gleich 19, das Product aus beyden in einander multiplicirt ist gleich 437, davon die Helfte gleich 218 1/2. welches den Innhalt der Dreyecksfläche anzeigt.

Tab.

§. 14.

Tab. LII. Figur 198.

V. Aufgabe. Einen stumpfwinklichten Triangel nach seinem Flächen-Innhalt zu berechnen.

Auflößung. Vorerst hat man in diesem Falle die Grundlinie des Dreyecks zu verlängern, um auf sie, aus der Spitze desselben, die Perpendikulare fällen zu können. Ist dieses geschehen; so messe man die Grundlinie und die Perpendikularlinie; multiplicire ihr Maaß in einander, halbire das Product aus diesen beyden Zahlen; so hat man den Flächen-Innhalt auch dieses Dreyeckes.

Da hier also die Grundlinie 19 beträgt, die Höhe nach der gefällten Perpendikulare 20; so ist der Innhalt dieses stumpfwinklichten Dreyeckes gleich 19mal 20 durch 2 getheilt, oder 190.

§. 15.

Anmerkung. Die Ursache warum bey der Berechnung einer jeden Dreyecksfläche die Grundlinie in die Höhe multiplicirt, und hernach das sich zeigende Product mit

zwey

zwey getheilt werden muß, liegt darinn, daß, (welches in der theoretischen Geometrie klar beweisen wird) jedes Dreyeck die Helfte seines Parallelogramms ist, sey solches Parallelogramm Quadrat, oder länglichtes Viereck, oder Raute. Ebendeswegen kann auch ein Dreyeck noch auf zweyerley Art, ausser der angegebenen Vorschrift berechnet werden, nemlich daß man entweder die halbe Grundlinie mit der ganzen Höhe multiplicirt, oder die halbe Höhe mit der ganzen Grundlinie. Um bey dem Beyspiele zu bleiben welches Figur 197. vorlegt, so ist daselbst die Höhe gleich 19 die Grundlinie gleich 23; diese in einander multiplicirte Data geben nach der Theilung mit 2, einen Flächeninnhalt von 218 1/2. innhaltlich der IV. Aufgabe. Man nehme statt der Höhe 19. dessen Hälfte, gleich 9 1/2; und multiplicire sohin mit der ganzen Grundlinie, gleich 23, so wird sich ebenfalls ein Product von 218 1/2 ergeben, oder statt der Grundlinie 23. werde deren Hälfte, gleich 11 1/2 genommen, und solche mit 19. als der ganzen Höhe multiplicirt; das Product wird das nemliche seyn, wie in den ersten beyden Fällen, nemlich 218 1/2.

§. 16.

§. 16.

Tab. LII. Figur 199.

VI. Aufgabe. Ein vorgegebenes Trapezoid seinem Fächen=Innhalt nach zu bestimmen.

Auflößung. Man zertheile die vorgegebene Fläche nach Anleitung der Figur in zwey Dreyecke; jedes Dreyeck berechne man nach der vierten Aufgabe, oder nach Anleitung §. 15. dieses Anhangs, addire die Producte zusammen; so hat man den Innhalt desselben.

§. 17.

Anmerkung. Da die beyde Dreyecke der vorgegebenen Fläche eine gemeinschaftliche Grundlinie haben; so läßt sich dieser arithmetische Vortheil anwenden, daß man entweder die beyden Perpendikularlinien der Dreyecke zusammen addirt, und sie mit der Hälfte der gemeinschaftlichen Grundlinie multiplicirt; oder, daß man die Hälfre der beyden Perpendikularlinien nimmt, und sie mit der ganzen gemeinschaftlichen Grund

linie

linie vermehrt, da 27mal 12 das nemliche Product giebt, wie 24mal 13 1/2 das ist 324.

§. 18.

Tab. LII. Figur 200.

VII. Aufgabe. Den Innhalt eines jeden regulären Vieleckes zu finden (hier eines regulären Fünfecks.)

Auflößung. Man zertheile das vorgegebene ordentliche Vieleck in seine Dreyecke; berechne eines derselben, nach seiner Grundlinie und Höhe; multiplicire den gefundenen Dreyecks-Innhalt mit der Anzahl der in dem Vielecke befindlichen Dreyecke, hier mit 5; so ergiebt sich der Flächen-Innhalt für das reguläre Vieleck.

§. 19.

Tab. LII. Figur 201.

VIII. Aufgabe. Den Innhalt einer Cirkelfläche anzugeben.

Ehe sich die Regeln zur Berechnung dieser Fläche angeben lassen, so ist zu merken, daß man vorhero mit dem Verhältniß des Durchmessers eines Cirkels zu seiner Cirkellinie oder Peripherie bekannt seyn müsse. Diese zu finden, haben sich in ältern und neuern Zeiten geschickte Mathematiker keine Mühe verdrüssen lassen, vorzüglich haben sich unter ihnen drey bis auf den heutigen Tag bekannt gemacht, und durch diese mühsame Arbeit ihre Namen verewigt nemlich: Archimedes, (dessen oben in der Geschichte der Geometrie gedacht wurde) dieser bewies in seinem Buche von der Cirkelmessung zuerst, daß sich der Diameter des Cirkels zu seiner Peripherie beynahe verhalte, wie 7 zu 22. Welches Verhältniß aber in grossen Berechnungen etwas zu viel bringt.

2.) Ludolph von Cölln, ein Kaufmanns-Sohn von Hildesheim, und nachmaliger erster Professor der Kriegsbaukunst zu Leiden, gestorben 1610. welcher das Verhältniß des Cirkeldurchmessers zu seiner Peripherie auch nur beynahe wie 100 zu 314 angiebt.

3.) Adrianus Metius ein Holländer, dessen herausgebrachtes Verhältniß des Durchmessers zur Peripherie wie beynahe 113 zu 355. in kleinen Zahlen das genaueste ist.

Nach dieser nothwendigen Voraussendung läßt sich erst zur Auflößung der vorgelegten Aufgabe selbst schreiten.

Es kann aber der Innhalt eines Cirkels auf dreyerley Weise gefunden werden, nemlich:

1.) Entweder multiplicire man den vierten Theil des Umkreises, mit dem ganzen Durchmesser;

Oder 2tens werde der halbe Durchmesser mit dem halben Umkreis multiplicirt; oder

3.) Multiplicire man den ganzen Durchmesser mit dem ganzen Umkreis, und theile das Product durch 4.

In der vorgelegten Figur ist der Durchmesser des Cirkels gleich 20. Nimmt man zur Berechnung desselben das Archimedische Verhältniß an, so wird man nach der ersten Methode so verfahren müssen.

Gan-

Ganzer Durchmesser = 20.
vierter Theil des Umkreises = 5 1/2

100
10

110 =

dem Innhalt des Cirkels.

Nach der zweyten Art wird die Rechnung so anzusetzen seyn:

halber Durchmesser = 10
halber Umkreis = 11

110 =

dem Innhalt des Cirkels.

Nach der dritten Weise wird man sich in der Rechnung so zu verhalten haben.

Ganzer Durchmesser = 20
Ganze Peripherie = 22

4) 440

110 =

dem Innhalt des Cirkels.

§. 20.

1. Anmerkung. Zu offt kommt es in Geschäfften des gemeinen Lebens, z. B. bey Schmieden, Wagnern, Schlossern, Goldschmieden ꝛc. vor, die Bestimmung einer Peripherie zu deren Durchmesser zu wissen, daher ich diese Aufgabe nicht umgehen kann. Es sey also

IX. Aufgabe. Zu eines gegebenen Cirkels Durchmesser nach der vorgelegten Figur 201. die Peripherie zu finden

Auflößung. Man stelle seine Rechnung also an:

a.) Nach archimedischem Verhältniße. 7. verhält sich zu 22. wie der gegebene Durchmesser 20 zu der noch unbekannten Länge der Peripherie.

$$7 : 22 = 20 : X$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \hline 7)\ 440 \\ \hline 62\ 6/7 \end{array}$$

= der Länge der Peripherie

b)

b) Nach Ludolph von Cölln. 100 verhält sich zu 314 wie 20 zu der unbekannten Länge der Peripherie

$$100 : 314 = 20' : x$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \hline 6280 \\ \hline 100 = 62\ 80/100 \end{array}$$

oder 62′8″0.‴ = gleich der gesuchten Länge.

c) Nach Metii Art. 113 verhält sich zu 355, wie 20. zu der unbekannten Länge der Peripherie.

$$113 : 355 = 20 : x$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \hline 7100 \\ \hline 113. = 61.\ 107/113. = \end{array}$$

der gesuchten Länge.

§. 21.

2. Anmerkung. Wäre umgekeht.

X. Aufgabe Aus der Peripherie der Durchmesser zu finden.

So verfahre man in Formirung des Satzes darnach, und urtheile so: wie sich die angenommene Peripherie zu ihrem Diameter verhält; so verhält sich die gegebene Peripherie zu dem zu findenden Diameter. Z. B. Die Peripherie sey bekannt und gleich 63 Schuh so wird die Rechnung nach dem Archimedischen = Verhältniß, so stehen müssen:

$$22 : 7 = 63 : x$$ dem unbekannten Durchmesser.

$$\frac{63 \cdot 7 = 441}{22} = 20\ 1/22$$ dem gefundenen Durchmesser.

§. 22.

Tab. LIII. Figur 202.

XI. Aufgabe. Den Flächen = Innhalt einer jeden geradlinichten Figur zu finden.

Auflößung. Man zertheile nach Anleitung der Figur die vorgegebene Fläche in Dreyecke, und merke die Anzahl derselben. In vorliegendem Falle ist die Fläche in 6 Triangel zertheilt. Berechne jedes Dreyeck nach der ge-

gezeigten Weise, addire die Producte zusammen, so ergiebt sich der Flächen Innhalt der irregulären geradlinichten vielseitigen Figur. Z. B.

Der Innhalt des Dreyecks

I. Dessen Grundlinie = 39 }
" " Perpend. = 15 } ist gleich 292 1/2 Quadratschuh.

II. u. III. deren gemeinschafftliche Grundlinie. = 30 }
beyde Pendikularlinien. = 28 } = 420.

IV. dessen Grundlinie = 24 }
Perpendikularlinie = 7 } = 84

V und VI. dessen gemeinschafftliche Grundlinie. = 20 }
Die beden Perpendik. 27 } 270

Summa des Flächen. Innhalts 1066 1/2. Qs.

Anmerkung. Es ist bekannt, daß im gemeinen Leben der Innhalt der Gärten, der Wiesen, der Aecker und der Wälder entweder nach Tagwerken oder nach Jaucherten angegeben wird. Bey Gärten und Wiesen mißt und berechnet man nach Tagwerken; bey Aeckren und Wäldern nach Jaucherten.

In

In Augsburg und benachbarten Gegenden wird das Tagwerk zu 40,000 Quadratschuhen oder zu 400 Quadratruthen das Jauchert aber zu 50000 Quadratschuh oder 500 Quadratruthen angenommen. Hat daher ein zu vermessender Garten, oder eine Wiese mehr denn 40000 Quadratschuhe so ist die durch die Rechnung sich ergebende Summe der Quadratschuhen, durch die Division mit 40000 auf Tagwerke zu reduciren. Wäre aber ein Acker oder Wald nach seinem Innhalt in Jaucherten anzugeben, so müßte das durch die Rechnung entsprungene Product der Quadratschuhe durch die Theilung mit 50000 zu Jaucherten gemacht werden.

Z.B. Eine Wiese hielte nach ihrer Vermessung und Berechnung 1321,469 Quardschuhe, diese durch die Division mit 40000 auf Tagwerke gebracht, geben 33 Tagwerke und 1469 Quadratschuhe oder, Ein Wald hielte nach seiner Vermeßung 1257,360 Quadratschuh, diese durch die Theilung mit 50000 auf Jaucherte gebracht; 25 Jauchert 7360.□.' oder 25 1/8 Jauchert und 1110 Quadratschuhe.

Von

Von der Zeichnung der körperlichen Figuren, und ihre Netze.

(Siehe oben I. Abschnitt XI. Capitel von geometrischen Körpern)

I. Capitel.

Von Zeichnung der Körper.

Tab. LIV Figur 203.

I. Aufgabe. Ein Tetraedrum zu zeichnen.

Auflößung. Es werde ein blinder Cirkel a b c beschrieben, solcher in den Punken a. b. c. in drey gleiche Theile getheilt, sohin diese Punkte zusammen gezogen. Aus dem Centro e ziehe man in die Dreyecke die geraden Linien e a, e b, e c,; so ist das Tetraedrum verfertigt.

Wenn aber eine gewisse Linie a b gegeben ist, auf welcher ein Tetraedrum solle gezeich-

net werden; so construire man auf derselben einen gleichseitigen Triangel a b c theile hernach jede Seite in zwey gleiche Theile g f d, ziehe die drey Linien in die drey Ecken a, b und c, wo sie sich durchschneiden, als in dem Punkte e, daselbst ist das Centrum der Figur, aus welchem die schwarze Linien e a, e b, e c, zu ziehen sind, wodurch das Tetraedrum gezeichnet ist.

Tab. LIV. Figur 204.

II. Aufgabe. Einen Würfel, Cubus, oder Hexaedrum aufzureissen.

Auflößung. Man beschreibe einen blinden Cirkel, und theile denselben durch die Punkte a b c d e f in sechs gleiche Theile, ziehe diese Punkte durch gerade Linien zusammen. Hierauf ziehe man aus den Punkten a, c und e gerade Linien nach dem Mittelpunkt g, als a g, c g, e g; so ist der Aufgabe Genüge geleistet.

Tab.

Tab. LIV. Figur 205.

III. Aufgabe. Ein Octaedrum aufzureissen.

Auflößung. Den beschrieben blindenen Cirkel a b c d theile man durch die Creutzlinien a c, b d, in vier gleiche Theile, und ziehe die an der Peripherie sich dadurch ergebende Punkte a b c d mit geraden Linien zusamen; so ist der begehrte Körper gezeichnet; der sich desto deutlicher ans nehmem wird, je mehr man sich befleißt, ihn in Schatten und Licht nach Anweisung der Figur darzustellen.

Noch deutlicher wird sich dieser Körper ausnehmen, wenn man ihn auf perspektivische Art vorstellt, wie ihn Tab. LIV. Figur 206. zeigt. Zu dem Ende theile man den halben Durchmesser e b in drey gleiche Theile. Ein solches Drittel setze man aus dem Centro e seitwärts der Linie e a, ungefähr in dem Punkten f. Aus den vier Punkten a b c d ziehe man nach f gerade Linien, so ist dieser Körper

auf

auf perspektivische Art entworfen, der sodann ebenfalls nach Anweisung der Figur in Schatten und Licht zu setzen ist.

Tab. LIV. Figur 207.

IV Aufgabe. Ein Dodecaedrum zu construiren.

Auflößung. Es werde ein blinder Cirkel beschrieben, und solcher in den Punkten a, b, c, d, ꝛc. in zehn gleiche Theile getheilt. Von diesen Theilungspunkten ziehe man durch den Mittelpunkt x gerade blinde Linien, oder lauter Durchmesser. Unterdessen ziehe man mit schwarzen Linien die Punkte a b, b c, c d, ꝛc. zusammen. Alsdann übergehe man einen Punkt, und ziehe nur von einem nach dem dritten Punkte, gerade blinde Linien a c; c e; e g; g i; i a; Diese werden die Diameter durchschneiden in den Punkten l, m, n, o, p, diese Durchschnittspunkt ziehe man ebenfalls mit geraden Linien l m, m n, n o, o p, p l, zusammen, diese werden hernach die fünf Hauptpunkte auf

den

den Diametern anzeigen in q, r, s, t, u. Diese fünf Punkte ziehe man mit schwarzen Linien zusammen, in gleichem die Punkte q a, r c, s e, t g, v i; so ist das Dodecaedrum aufgerissen, wovon sechs Flächen dem Auge sichtbar sind, die andere sechs hinterhalb sich befinden.

Tab. LIV. Figur 208.

V. Aufgabe. Ein Icosaedrum zu zeichnen.

Auflößung. Den beschriebenen Cirkel a b c d e f, theile man in sechs gleiche Theile, und ziehe diese Theilungspunkte durch die ausgezogene Linien a b, b c, c d, d e, e f, und f a zusammen. Auch ziehe man die Durchmeßer a d, b e, c f, mit geraden blinden Linien zusammen, und hänge hierauf die Punkte c a, e a, und e c mit blinden geraden Linien zusammen, merke sich aber dabey die Durchschnittspunkte h m k, welche die Durchmesser a d, b e, und e f, durchschneiden. Hierauf theile man das Stück g h in fünf gleiche

Theile

Theile, nehme davon einen Theil, und trage solche Weite von den Durchschnittspunkten h, k, m, auf die Durchmesser, und merke sich die Punkte i, l, n, diese Punkte ziehe man durch schwarze Linien i l, l n, und n i, zusammen; eben so mit ausgezogenen Linien die Punkte i c und i c, c l, und l a, a n, und n e. Auch hänge man noch zusammen die Punkte l b, i d, n f, so ist das Ikosaedrum verfertigt, dessen zehen Flächen auf dieser Seite vorgebildet erscheinen.

Tab. LV. Figur 209.

VI. Aufgabe. Eine dreyeckichte Pyramide nach gegebener Grundfläche und Höhe zu zeichnen.

Auflösung. Wenn die Fläche c a b auf gezeichnet ist, so errichte man aus der Mitte derselben e, eine Perpendikulalinie e d nach gegebener Höhe, und verlängere solche bis c, ziehe sodann a d und b c; so ist die dreyeckichte Pyramide construirt.

Tab

Tab. LV. Figur. 210.

VII. Aufgabe. Eine viereckigte Pyramide nach gegebener Grundfläche und Höhe auf zu zeichnen.

Auflößung. Damit man zwey Seiten der Pyramide wahrnehme; so zeichne man die Grundfläche etwas perspektivisch, durch Entwurf des Rhombus a b c d, ziehe in demselben die Diagonale a c, b d, welche sich in e durchkreutzen, und den Mittelpunkt der Fläche bestimmen. Aus diesem Mittelpunkte errichte man die Perpendikularlinie e f, und gebe solcher die verlangte Höhe. Ziehe darauf die Linien a f, b f, und e f, so ist die viereckigte Pyramide nach Verlangen gezeichnet.

Tab. LV. Figur 211.

VIII. Aufgabe. Eine fünfeckigte Pyramide zu zeichnen, nach gegebener Grundlinie und Höhe.

Auflößung. Man construire das Fünfeck a b e d c; aus dessen Mittelpunkt g errchite

man

man die Perpendikulare g f; aus den Endpunkten der Fläche a b e c ziehe man nach f, die Linie a f, b f, e f, c f, so ist die fünfeckichte Pyramide gezeichnet, von welcher drey Seiten ansichtig werden.

Tab. LV. Figur 212.

IX. Aufgabe. Eine sechseckichte Pyramide zu zeichnen.

Auflößung. Man construire das Sechseck a b d f e c nach verlangter Grösse. Aus dessen Mitte h errichte man die Perpendikularlinie h g, nach gegebener Höhe. Ziehe sodann die Linie c g, a g, b g, d g; so ist die sechseckichte Pyramide construirt, wovon dem Auge drey Seiten sichtbar sind.

Tab. LV. Figur 213.

X. Aufgabe. Einen Kegel zu zeichnen.

Auflößung. Man entwerfe die Grundfläche desselben, die hier etwas perspektivisch gezeichnet ist. Aus deren Mitte c errichte

man

man die Perpendikularlinie c d. Ziehe a d, und b d, und gebe der Figur das gehörige Licht und erforderlichen Schatten; so ist der Kegel gezeichnet.

Tab. LV. Figur 214.

XI. Aufgabe. Ein dreyeckichtes Prisma zu zeichnen.

Auflößung. Man entwerfe das Dreyeck a c b als die Grundfläche desselben; errichte an dessen Endpunkten a c b die Perpendikularlinien a d, c f, b e, nach verlangter Höhe. Ziehe die Punkte d e f zusammen, so ist das dreyeckichte Prisma gezeichnet.

Tab. LV. Figur 215.

XII. Aufgabe. Ein viereckichtes Prisma zu zeichnen.

Auflößung. Man construire nach Anweisung der Figur die Grundfläche desselben a b c d, errichte an den Endpunkten desselben die Perpendikularen a f, b e, c h, d e g, gebe diesen die verlangte Höhe, und ziehe f e,

e h, h g, und g f, mit schwarzen Linien zusammen; so ist das viereckichte Prisma, welches dem Auge zwey Seiten darstellt gezeichnet.

Tab. LV. Figur 216.

XIII. Aufgabe. Ein fünfeckichtes Prisma zu zeichnen.

Auflößung. Man construire die Grundfläche desselben a b d e c, welche hier etwas perspektivisch entworfen ist, errichte an deren Endpunkten c a b d e Perpendikularlinien von beliebiger oder verlangter Höhe mit c k, a f, b g, d h, e i, vereinige die Punkte f g h i k durch Linien; so ist das fünfeckichte Prisma, welches drey Flächen zeigt, entworfen.

Tab LV. Figur 217.

XIV. Aufgabe. Ein Parallelepipedum aufzureissen.

Auflößung. Damit sich solches als ein Körper nicht als eine Fläche zeige; so entwerfe man die Grundfläche desselben etwas perspektivisch

risch, nach Anweisung der Figur, durch die Rauten = Fläche a b c d. Aus den End, punkten derselben errichte man die Perpendikularlinien a f, b e, c g, d h, gebe diesen die verlangte Höhe, und ziehe die Punkte f e g h durch gerade Linien zusammen, so ist das Parallelepipedum verlangtermassen aufgerissen.

Tab. LVI. Figur 218.

XV Aufgabe. Einsechseckigtes Prisma aufzureissen.

Auflößung. Man construire das Sechseck a b d e f c. errichte wie bey dem Entwurf der vorhergehenden Körper, jan den Endpunkten desselben die Perpendikularen c m, a h, b g, d i, e k, f l, gebe solchen die verlangte Höhe, und ziehe die Linien h g, g i, i k, k l, l m, m h; so ist das sechseckigte Prisma, welches drey Seite = Flächen zeigt aufgerissen.

Tab. LVI Figur 219.

XVI. Aufgabe. Einen Cylinder zu zeichnen.

Auflößung. Man construire dessen Grundfläche, welche hier perspektivisch entworfen ist, an den Endpunkten des Durchmessers dieser Fläche errichte man die Perpendikularen a d und b e; die obere Fläche d f e g entwerfe man sodann parallel mit der untern; und gebe der Figur durch Anlegen von Licht und Schatten, die erforderliche Rundung, so ist der Cylinder gezeichnet.

Tab. LVI. Figur 220.

XVIII. Aufgabe. Ein Stück eines Dammes nach vorgegebener Länge, Höhe, obern und untern Breite aufzuzeichnen.

Auflößung. Die Linie i m mache man gleich der Linie a f, die Linie b schneide man von der Linie a f ab; so bleibt das Stück e f übrig. Dieses theile man in drey Theile in den Punkten g h f. Nun mache man i k einem solchem dritten Theile gleich, welches die äussere Böschung des Dammes giebt. Das Stück l m mache man dagegen gleich f g, für die in-

innere Böschung, den bey k und l errichteten Perpendikularlinien k n und l o, gebe man die Höhe der Linie d, ziehe die Linie n o, so ist der Durchschnitt i n, o m, fertig. Zuletzt werde gleichlang der Länge c die Parallellinie i r, n q, o p, m s, gezogen, und die Ende der Parallellinien mit geraden Linien zusammen gefügt, so ist das Stück Dammes aufgezeichnet.

Tab. LVI. Figur 222.

XVIII. Aufgabe. Eine Kugel zu zeichnen.

Auflößung. Man construire einen Cirkel, bringe in dieser Fläche Licht und Schatten nach Anweisung der Figur an, so wird die Kugel gezeichnet seyn.

Tab. LVI. Figur 221.

XIX. Aufgabe. Den Körper des Archimedis nach seiner Corpulenz vorzustellen.

Auflößung. Man errichte entweder auf eine gegebene Linie ein Achteck, oder schreibe sol-

ches in einen Cirkel ein, und ziehe die Linien a b, b c, c d, d e, e f, f g, g h, h a. Mit der Seite d e dieses Achteckes mache man den gleichseitigen Triangel d e i; mit der Seite e i ziehe man parallel die Linie f k, und mit der Seite f e die Linie k i, so ergiebt sich die perspektivische Quadratfläche e f k i, ziehe die Linie g k, so kommt der perspektivische Triangel f g k zum Vorschein. Bey k, und i, fälle man die Perpendikularen k l, und i m, und mache solche gleich einer Seite des Achteckes, ziehe die Punkte h, l, m, c, durch die Linien h l, l m, m c zusammen; so ergeben sich die drey mittlere Quadratflächen. Die Punte l a, und m b, ziehe man wiederum durch Linien zusammen, so zeigt sich ein Quadrat, und zwey Triangularflächen. Zieht man endlich mit f e, e d, d c, c b, Parallellinien, und macht solche gleich den Seiten des Achteckes, so bekommt man den verlangten Körper nach seiner Korpulenz vorgestellt.

Cap.

II. Capitel.

Construction der Netze zu den stereometrischen Körpern.

Tab. LVII. Figur 123.

I. Aufgabe. Das Netz zu einem Tetraedrum zu zeichnen.

Auflößung. Man mache einen gleichseitigen Triangel a c f, theile jede seiner Seiten bey b, e, und d in zwey gleiche Theile. Ziehe diese drey Punkte durch die Linien e d, d b, b e zusammen; so sind dadurch vier gleichseitige Dreyecke a b d; b c e; d b e; und d e f, gemacht. Das Dreyeck d b e ist die Grundfläche, und die übrigen drey Triangel die Seiten des Tetraedrums. Damit sich nun dieses Netz zum Körper zusammen fügen lasse; so gebe man demselben noch einen Falz nach Anweisung der Figur, um die Flächen desselben durch Leim oder Kleister zusammen kleben zu können.

Anmerkung. Diese Erinnerung gilt bey allen folgenden Netzen.

Tab. LVII. Figur. 124.

II. Aufgabe. Das Netz zu einem Würfel zu zeichnen.

Auflößung. Man ziehe die Linie a i, welche so lang sey, als alle vier Seiten des Würfels zusammen genommen, und setze die Seite des Würfels viermal neben einander darauf in c, e, g, i. In eben diesen Punkten richte man die Perpendikularen a b, c d, e f, g h, i k, auf, welche so hoch seyn, als die Seite des Würfels. Die Linie c d und e f verlängere man nach l und n nach m und o, mache diese verlängerte Linien auch gleich der Seite des Würfels, ziehe l m, und n o zusammen; so ergeben sich sechs mit einander vereinigte Quadratflächen als das Netz zum Würfel.

Tab. LVII. Figur 125.

III. Aufgabe. Das Netz zu einem Octaedrum oder regulären körperlichen Achteck zu verfertigen.

Auf-

Auflößung. Man mache erst das Netz zu einem Tetraedrum, nach der ersten Aufgabe dieses Capitels, nemlich den Triangel a c d; aus b d setze man einen gleich grossen gleichseitigen Triangel b d k auf, zertheile dessen Schenkel bey h i und c in zwey gleiche Theile, und ziehe h, i, und c, zusammen, so ist das Netz zu einem Octaedrum verfertigt.

Tab. LVII. Figur 126.

IV. Aufgabe. Das Netz zu einem Icosaedrum, oder einem regulären körperlichen Zwanzigeck zu zeichnen.

Auflößung. Man ziehe die Linie h k, und trage auf selbige eine Seite des Zwanzigeckes fünfmal aus h nach k, mache mit h i den gleichseitigen Triangel h i a, und ziehe a b mit h k parallel. Auf a b trage man von a nach b die Seite des Zwanzigeckes auch fünfmal, und ziehe durch alle diese Punkte die Linien h l, a m, c n, d o, e p, f k, g b; aber auch b p, g o, f n, e m, d l, und c h; so ergeben sich zwanzig gleiche gleichseitige Tri-

 an-

angel, welche das Netz zum Icosaedrum ausmachen.

Tab. LVIII. Figur 127.

V. Aufgabe. Das Netz zu einem regulären körperlichen Zwölfeck, oder Dodecaedrum zu zeichnen.

Auflößung. Man construire ein reguläres Fünfeck 1, 2, 3, 4, 5; nach oben gegebener Anweisung. Ueber jeder Seite desselben construire man abermalen ein nemliches Fünfeck, so hat man sechs gleiche fünfeckigte Flächen. An diese hänge man nach Anweisung der Figur von a b ab, gleiche sechs fünfeckigte Flächen; so entsteht dadurch das ganze Netz für den verlangten Körper.

Tab. LVIII. Figur 128.

VI. Aufgabe. Das Netz zu einer Dreyeckichten Pyramide zu zeichnen.

Auflößung. Man bestimme die Fußfläche der Pyramide, durch das Dreyeck b c f. Ist die Länge der Seitenflächen gegeben, wie hier

a e,

a e, oder b e ꝛc. so wähle man über der Fläche b c f den Punkt e, und construire den Bogen a b c d. von b und c trage man nach a und d die Länge der Seite b a, und c d; ziehe b a e, und c d e durch Linien zusammen; so ist das Netz zu der dreyeckichten Pyramide verfertigt.

Tab. LIX. Fig. 129.

V'I. Aufgabe. Das Netz zu einer viereckichten Pyramide zu zeichnen.

Auflößung. Je nachdem die Länge der Pyramidalseiten, und die Breite der Flächen des Körpers gegeben sind, so construire man mit der gegebenen Länge aus a einen Bogen b c d e f in diesen trage man von b, in c, d, e, und f, die gegebene Seite des Vierecks, und auf irgend einer dieser Seiten, hier bey d e, construire man das Viereck d e g h, als die Grundfläche der Pyramide; so ist dem Verlangen Genüge geleistet.

Tab. LIX. Figur 130.

VIII. Aufgabe. Das Netz zu einer fünfeckichten Pyramide zu zeichnen.

Auf-

Auflößung. Mit dem Radius a g als der gegebenen Länge der Seite der Pyramide, mache man den Bogen a b c d e f, in diesen trage man die Seite der fünfeckichten Grundfläche fünfmal. An a b errichte man das Fünfeck a b h i k, ziehe alle Punkte gehörig mit Linien zusammen; so hat man das Netz zu dieser Pyramide.

Tab. LX. Figur 229.

IX. Aufgabe. Das Netz zu einer sechseckichten Pyramide zu zeichnen.

Auflößung. Man verfahre wie bey vorhergehenden zweyen Aufgaben, nur daß man hier die Seite der Grundfläche, als der eines Sechseckes sechsmal in dem Bogen a g herum trage, so ist auch dieser Aufgabe Genüge geleistet.

Tab. LX. Figur 230.

X. Aufgabe. Das Netz zu einem Kegel zu construiren.

Auflößung. Hierbey kommt es darauf an, daß die Seitenlänge des Kegels, und seine Grundfläche gegeben sey. Ist dieses, so theile man zuerst den Durchmesser der Grundfläche in sieben Theile, sohin fasse man die gegebene Länge der Seite des Kegels in den Cirkel, und beschreibe damit wie hier aus dem Punkten c den Bogen a b, in diesen trage man zwey und zwanzig solcher Theile, als der Durchmesser der Grundfläche des Kegels sieben hat, und ziehe die Linien a c und b c, dieser Bogen wird sich nun genau um die Peripherie, der Grundfläche des Kegels herum bringen lassen, und die ganze Figur das richtige Netz zum Kegel abgeben.

Tab. LXI. Figur 231.

XI. Aufgabe. Das Netz zu einem gleichseitigen dreyeckichten Prisma zu zeichnen.

Auflößung. Auf die Linie b h trage man die dreymalige Länge einer Seite der Triangularflächen des Prisma, in d, f, h, construire

über-

über derselben nach der gegebenen Länge oder Höhe des Körpers, das Parallelogramm b a g h, ziehe in demselben die Linien, d c, e f; bey c e, und d f, construire man die Triangel c e i, und d f k für die Grundflächen des Prismatis, so ist das Netz zu diesem Körper ebenfalls gezeichnet.

Tab. LXI Figur. 232.

XII. Aufgabe. Das Netz zu einem Parallelepipedum zu zeichnen.

Auflößung. Auf die Linie b i trage man in e, f, h, und i, die Längen der Seiten der Grundfläche des Körpers auf. Formire nach der gegebenen Länge ein Parallelogramm b a k i, und ziehe in selbigem die Perpendikularlinien e c, f d, h g. Ober und unterhalb dieses Parallelogramms construire man auf einer der Linien b e, oder e f, k g, oder g d, die Vierecke zu den Grundflächen des Parallelepipedums, nach Anweisung der Figur; so ist das Netz zu diesem Körper construirt.

Tab.

Tab. LXII. Figur 233.

XIII. Aufgabe. Das Netz zu einem sechseckigten Prisma zu construiren.

Auflösung. Auf die Linie b o trage man sechsmal die Länge einer Seite der Grundfläche. Construire nach der gegebenen Länge des Körpers das Parallelogramm b a m o, ziehe in denselben die Linien d c, f e, i g, k h, n l, und setze oben und unterhalb desselben die Sechsecke für die ober und untere Fläche, so hat man das Netz zu diesem Körper.

Tab. LXII. Figur 234.

XIV. Aufgabe. Das Netz zu einem Cylinder oder einer Walze zu verfertigen.

Auflösung. Die Durchmesser der Grundflächen des Cylinders theile man in sieben Theile. Sohin ziehe man die Linie b d, trage auf selbige 22 solcher Theile, formire darauf das Parallelogramm b a, c d, setze oben und unter

terhalb die Flächen zu diesen Körper nach Anweisung der Figur an; so ist das Netz zum Cylinder verfertigt.

Tab. LXIII. Figur 235.

XV. Aufgabe. Das Netz zu einer Kugel zu reissen.

Auflößung. Auf die gerade Linie a o, trage man 30 gleiche Theile. Sodann setze man den Cirkel in a, öffne solchen bis über 10 der bemeldten 30 Theilchen, reicht bis c, und reisse mit dieser Cirkelweite den Bogen q c r. Man behalte die gefaßte Cirkelweite, setze aber die eine Cirkelspitze in 1. mit der zweiten reisse man den Bogen s d t. Aus 2 reisse man mit nemlicher Weite den Bogen durch e; aus 3. den Bogen durch f, und so fort, bis daß aus d der lezte Bogen u p w gerissen werde. Nun kehre man das Verfahren um, und reisse aus dem andern Endpunkte o in nemlicher vorigen Weite von 10 Theilchen den Bogen u n w aus 16 den Bogen x m y, u. s. f. bis ans

m,

m, der Bogen q b r zu reissen komme. Welche sämmtliche Bögen denn insgesammt mit solchem Fleiße zu ziehen sind, daß die Spitzen alle an die Linien q u, und r w stossen, und insgesammt 12 Feldungen werden, welche zusammen das Netz zu der Kugel abgeben.

Tab. LXIII. Figur 236.

XVI. Aufgabe. Das Netz zu dem Archimedschen Körper zu reissen.

Auflößung. Man reisse die Linie v n, und trage auf solche von v nach n, die Seiten der Quadrate achtmal, errichte sohin die Perpendikularen v u, und n m, und formire dadurch das Parallelogramm v u m n; in welches die Quadrate 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 16, eingetragen werden. Ueber und unter dem Quadrat u i v t werde ober- und unterhalb der gleichseitige Triangel p und q construirt; oberhalb dem Quadrat i k l o, oder 5, die Quadrate i k g h; g h e f; und e f a c; oder das Quadrat 3, 2, 1. unterhalb desselben

Qua-

Quadrats 5, das Quadrat l o b d, oder 18 über dem Quadrate 6. der gleichseitige Triangel 1, und unterhalb desselben das Dreyeck 5 über dem Quadrat 8 das Quadrat 7, unterhalb dessen das Quadrat 9. So fahre man fort, ober- und unterhalb des Quadraats 10. zwey gleichseitige Triangel zu construiren, ober- und unterhalb des Quadrats 12 aber die zwey Quadrate 11. und 13. zu errichten, das nemliche thue man nach Anweisung der Figur oben und unterhalb des Quadrats 14, und des Quadrats 16 so wird man endlich das Netz zu diesem Körper erhalten.

Bayerische Staatsbibliothek München

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Nilson, Christoph Andreas,

Gründliche Anleitung zu geschickter Führung des Cirkels, Lineals und Dreyecks Als Vorbereitung zum Zeichnen aus freyer Hand, für Schulen, und zum Selbst-Unterricht

Augsburg 1803

Math.p. 380 m
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082491-7